

Ueber radialsymmetrische optische Medien

R. STETTLER

Aarau, Schweiz

ZUSAMMENFASSUNG. — Es werden radialsymmetrische optische Medien bestimmt, deren Lichtstrahlen gewissen Randbedingungen auf dem Einheitskreis genügen. Im Besondern wird eine grundlegende Formel in der Arbeit von G. TORALDO DI FRANCA (A family of perfect configuration lenses of revolution) direkt abgeleitet und zugleich verallgemeinert.

SUMMARY. — Radially symmetrical optical media are constructed, for which light rays satisfy certain boundary-conditions on the unit circle. A basic formula given by G. TORALDO DI FRANCA (A family of perfect configuration lenses of revolution) is used, and generalised.

SOMMAIRE. — Des milieux à symétrie radiale optique sont imaginés, pour lesquels les rayons lumineux satisfont à certaines relations. La formule donnée par G. TORALDO DI FRANCA (A family of perfect configuration lenses of révolution) est utilisée et généralisée.

Einleitung. — In einer Arbeit von G. TORALDO DI FRANCA [1] werden radialsymmetrische ebene optische Medien innerhalb des Einheitskreises betrachtet, deren Lichtstrahlen einer gewissen Randbedingung genügen: Es sei A ein Objektpunkt auf dem Einheitskreis (Abb. 1). Ein Lichtstrahl, der von A ausgeht und den Einfallswinkel i_0 bildet, treffe den Einheitskreis in einem weiteren Punkt B (wobei der Einfallswinkel wiederum i_0 ist, da das Medium radialsymmetrisch ist).

Der Einfallswinkel i_0 und die Phase φ_0 des Punktes B sollen also proportional sein. Dies soll für alle Lichtstrahlen gelten, die von A ausgehen und innerhalb des Einheitskreises verlaufen. Die Konstante K ist nicht ganz willkürlich wählbar, wie sich später zeigen wird.

In der erwähnten Arbeit wird

$$(2) \quad K = 2(1 - p), \quad p \geq 0$$

gesetzt. G. TORALDO DI FRANCA hat durch Verifikation gezeigt, dass es Medien gibt, die der Randbedingung (1) mit (2) genügen. Bedeutet r den Radius und n die Brechungsahl, so gilt (Formel (14) in [1])

$$(3) \quad n^2 r^2 = n^{1/p} (2 - n^{1/p}) \\ (0 \leq r \leq 1).$$

Im Folgenden wird (3) direkt abgeleitet. Dabei wird sich zeigen, dass noch andere Brechungsfunktionen $n = n(r)$ existieren, die (1) und (2) genügen. Die nachfolgend beschriebene Methode ist nicht auf Medien mit der Randbedingung (1) beschränkt, sondern kann unter gewissen Voraussetzungen bei beliebigen Randbedingungen angewandt werden.

Lichtstrahlen in radialsymmetrischen Medien. — In derartigen Medien gilt der Satz von BOUGUER: Längs jeder Lichtkurve ist das Produkt

$$(4) \quad r n(r) \sin i = C = \text{const.}$$

Ferner ist die Differentialgleichung der Lichtkurven, bezogen auf Polarkoordinaten (r, φ) , gegeben durch

$$(5) \quad \frac{d\varphi}{dr} = \frac{C}{r \sqrt{n^2 r^2 - C^2}},$$

wo C die Konstante des Satzes von BOUGUER bedeutet

Mathematische Fassung des Problems [2]. — Die gesuchte radialsymmetrische Brechungsfunktion $n(r)$ genüge folgenden Bedingungen:

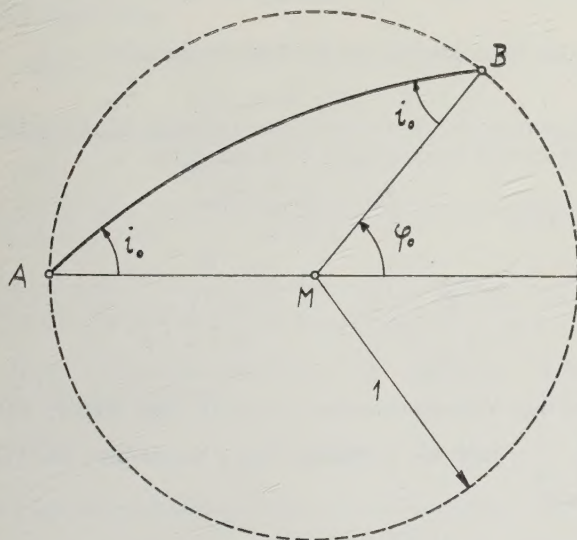


Abb. 1. — Zur Randbedingung (1).

Es soll nun folgende Randbedingung erfüllt sein:

(1)

$$\varphi_0 = K i_0 \\ K = \text{const.}$$

I. $n(r)$ sei eindeutig und stetig differentierbar für $0 < r \leq 1$. Für $r = 0$ sei eine Singularität zugelassen.

II. Von der Funktion $f(r) = r n(r)$ wird verlangt

$$\lim_{r \rightarrow 0} f(r) = 0$$

$$r \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dr} f(r) > 0 \quad \text{für } 0 < r < 1$$

III. $n(1) = 1$ (Normierungsbedingung, nicht wesentlich).

Aus (5) ergibt sich die *Polargleichung der Lichtkurven*

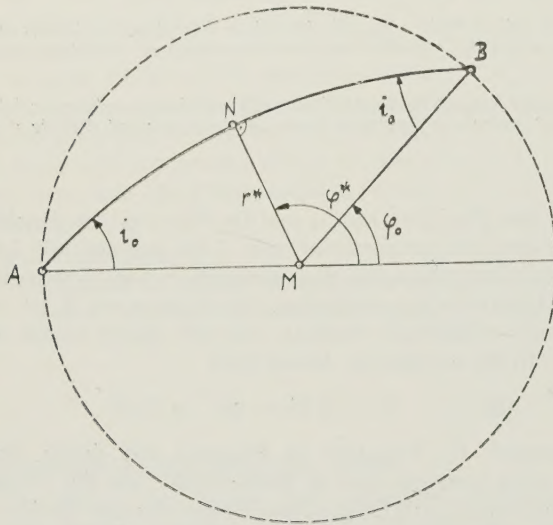


Abb. 2a. — Medium mit der Umkreisungszahl $k = 0$.

$$(6) \quad \varphi = \varphi_0 - \int_1^r \frac{C dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - C^2}},$$

die solange gültig ist, als der Integrand nicht singular wird. Dabei ist

$$(7) \quad C = \sin i_0 \quad (0 < C < 1).$$

Wegen der Voraussetzungen I und II existiert ein « Perihelpunkt » $N(r^*, \varphi^*)$ der Lichtkurve, also $r \geq r^* > 0$. N ist übrigens dadurch ausgezeichnet, dass $i = \frac{\pi}{2}$ ist (Abb. 2).

Infolge der Radialsymmetrie der Brechungsfunktion ist die Lichtkurve in Bezug auf den Radius $r^* = MN$ symmetrisch. Soll also die Lichtkurve durch A und B laufen, so muss

$$(8) \quad \varphi^* = \frac{\pi + \varphi_0}{2} + k\pi$$

sein. Die Zahl

$$k \text{ ganz } \geq 0$$

werde *Umkreisungszahl* genannt; denn sie gibt an, wie oft die Lichtkurve den Mittelpunkt M umkreist, solange $0 < \varphi_0 \leq \pi$ ist.

Mit (6) erhält man für die Phase des Perihelpunktes

$$\varphi^* = \varphi_0 - \int_1^{r^*} \frac{C dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - C^2}},$$

oder mit (7) und (8) und der Randbedingung (1)

$$(9) \quad \frac{(2k+1)\pi - Ki_0}{2 \sin i_0} = \int_{r^*}^1 \frac{dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - \sin^2 i_0}}.$$

Substituiert man hier die neue Veränderliche

$$t = n^2 r^2,$$

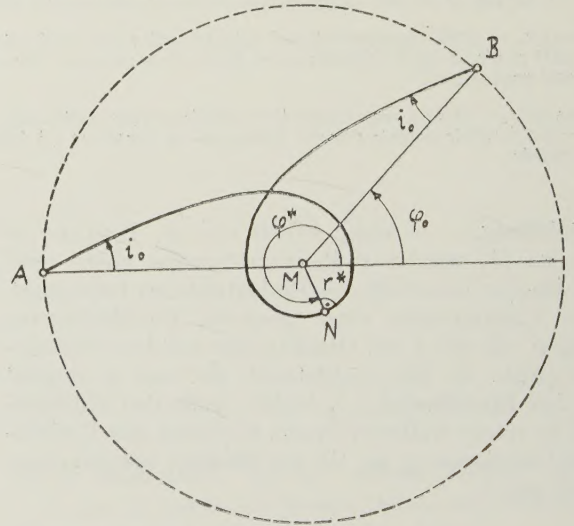


Abb. 2b. — Medium mit der Umkreisungszahl $k = 1$.

die gemäss den Voraussetzungen erlaubt ist, so erhält man aus (9) nach einigen Umformungen

$$(10) \quad \frac{(2k+1)\pi - Ki_0}{2 \sin i_0} = \int_{\sin^2 i_0}^1 \frac{dt}{2t \left[1 - \sqrt{t} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{n} \right) \right] \sqrt{t - \sin^2 i_0}}.$$

Aus den Voraussetzungen I und II folgt ferner, dass $\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{n} \right)$ auch als Funktion von t darstellbar ist. Wir setzen

$$(11) \quad \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{n} \right) = \Psi(n^2 r^2) = \Psi(t).$$

Weiter werden abkürzend bezeichnet

$$(12) \quad \sin^2 i_0 = x,$$

$$(13) \quad \frac{1}{2t[1 - \sqrt{t} \Psi(t)]} = \Phi(t).$$

Dann lässt sich (10) wie folgt ausdrücken:

$$(14) \quad \frac{(2k+1)\pi - K \arcsin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \int_x^1 \frac{\Phi(t) dt}{\sqrt{t-x}} \quad (0 < x < 1)$$

Dies ist eine *Integralgleichung vom Abelschen Typus*. Damit ist der Lösungsprozess vorgezeichnet: Aus (14) erhält man die Funktion $\Phi(t)$ und hieraus vermöge (13) $\Psi(t)$. Somit liefert (11) eine Differentialgleichung, deren Lösung mit der Anfangsbedingung $n(1) = 1$ die gesuchte Funktion $n(r)$ ist.

Lösung der Integralgleichung (14). — In der Theorie der *Abelschen Integralgleichung* [3] wird gezeigt, dass die eindeutige Lösung von

$$(15) \quad F(x) = \int_x^1 \frac{\Phi(t) dt}{\sqrt{t-x}}$$

gegeben wird durch

$$(16) \quad \Phi(t) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{F(1)}{\sqrt{1-t}} - \int_t^1 \frac{F'(\xi) d\xi}{\sqrt{\xi-t}} \right\}$$

falls $F(x)$ in $0 < x \leq 1$ stetig differentierbar ist. Letztere Bedingung ist übrigens hinreichend, aber nicht notwendig. Indem man (16) in (15) einsetzt, kann man deren Richtigkeit nachprüfen.

Mit Hilfe der Lösungsformel (16) ergibt sich als Lösung von (14) ⁽¹⁾

$$(17) \quad \Phi(t) = \frac{2(2k+1) - K + K\sqrt{1-t}}{4t\sqrt{1-t}}.$$

Die Differentialgleichung für $n(r)$. — Aus (13) und (17) findet man

$$\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{2(2k+1) - K + (K-2)\sqrt{1-t}}{2(2k+1) - K + K\sqrt{1-t}}.$$

Setzt man abkürzend

$$(18) \quad 2(2k+1) - K = \alpha,$$

so erhält man aus (11) mit Berücksichtigung der Substitution $t = n^2 r^2$

$$(19) \quad \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{n} \right) = \frac{1}{nr} \frac{\alpha + (K-2)\sqrt{1-n^2 r^2}}{\alpha + K\sqrt{1-n^2 r^2}}.$$

Diese Differentialgleichung ist homogen. Wählt man als neue Variable

$$(20) \quad \frac{1}{nr} = u(r),$$

so folgt nach einigen einfachen Umformungen

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{du} = - \frac{\alpha u + K\sqrt{u^2-1}}{2u\sqrt{u^2-1}},$$

und diese neue Differentialgleichung kann durch Trennung der Veränderlichen sofort integriert werden. Man erhält so unter Beachtung von (20)

⁽¹⁾ In (14) ist $F(x)$ bei $x = 1$ nicht stetig differentierbar; trotzdem ist (16) anwendbar, wie man leicht verifiziert.

$$(21) \quad \begin{aligned} r &= u^{-\frac{\kappa}{2}} (u - \sqrt{u^2-1})^{\frac{\alpha}{2}} \\ n &= u^{\frac{\kappa}{2}-1} (u + \sqrt{u^2-1})^{\frac{\alpha}{2}} \\ 1 &\leq u < \infty \end{aligned}$$

Diese Formeln lösen das Problem in der gewünschten Allgemeinheit. Man überprüft sofort die Voraussetzungen I und III. Damit auch II erfüllt sei, muss $\alpha \geq 0$, oder also

$$(22) \quad 4k + 2 \geq K$$

sein.

Der Sonderfall $k = 0$. — Da die Umkreisungszahl verschwindet, wird der Mittelpunkt von den Lichtkurven nicht umkreist. Die Formeln (21) ergeben sofort mit Rücksicht auf (18)

$$\begin{aligned} r &= u^{-\frac{\kappa}{2}} (u - \sqrt{u^2-1})^{1-\frac{\kappa}{2}} \\ n &= u^{\frac{\kappa}{2}-1} (u + \sqrt{u^2-1})^{1-\frac{\kappa}{2}}. \end{aligned}$$

Wegen (22) ist

$$K \leq 2.$$

Eliminiert man hieraus den Parameter u , so kommt

$$r^2 n^2 = n^{\frac{2}{2-\kappa}} \left(2 - n^{\frac{2}{2-\kappa}} \right).$$

Setzt man nun gemäss (2)

$$K = 2(1-p), \quad p \geq 0,$$

so erhält man unmittelbar die von G. TORALDO DI FRANCIA angegebene Formel (3), die somit direkt abgeleitet ist.

Der allgemeine Fall $k > 0$. — Die Lichtkurven umkreisen hier den Mittelpunkt k mal, solange $0 < \varphi_0 \leq \pi$ ist. Aus (21) erkennt man, dass mit $r \rightarrow 0$ die Brechungsahl $n(r) \rightarrow \infty$ strebt. Also besitzen diese Medien im Kreismittelpunkt eine Singularität. Auf eine nähere Diskussion soll verzichtet werden. Immerhin sei bemerkt, dass man für $K = 0$ verallgemeinerte MAXWELLSCHE Fischeugen erhält. Der Fall $K = 1$ führt auf Verallgemeinerungen der LUNEBERG-Linse. Diesbezüglich sei auf die Arbeit [2] verwiesen.

LITERATUR.

- [1] G. TORALDO DI FRANCIA, A family of perfect configuration lenses of revolution, *Opt. Act.*, 1, 1955, S. 157-163.
- [2] R. STETTLER, Ueber die optische Abbildung von Flächen und Räumen, *Optik*, 12, 1955, S. 529-543.
- [3] G. DOETSCH, Laplace-Transformation, Berlin 1937, S. 293.

Manuscript reçu le 28 avril 1956.

Deux problèmes de diffraction à grande ouverture en optique

R. BURTIN

Institut d'Optique, Paris.

SOMMAIRE. — A l'aide de la théorie de la diffraction d'une onde électromagnétique, on traite deux exemples de systèmes optiques à grande ouverture.

a) Cas où la grande ouverture se trouve dans l'espace image. On a cherché l'image d'un point à l'infini donnée par un objectif de microscope travaillant à l'envers. Si l'onde incidente est polarisée rectilignement, la tache obtenue est légèrement dissymétrique.

b) Cas où la grande ouverture se trouve dans l'espace objet. On examine à l'aide d'un microscope un trou dont le diamètre est petit devant la longueur d'onde, percé dans un écran conducteur. Entre polariseurs croisés le calcul donne une figure caractéristique : l'image est composée de quatre taches lumineuses situées sur les bissectrices des axes des polariseurs.

ZUSAMMENFASSUNG. — Mit Hilfe der Beugungstheorie elektromagnetischer Wellen werden zwei Beispiele eines optischen Systems grosser Öffnung untersucht :

a) Der Fall grosser Öffnung im Bildraum. Von einem Punkt im Unendlichen wurde das Bild untersucht, das von einem umgekehrt benutzten Mikroskop objektiv entworfen wurde. Ist die einfallende Welle linear polarisiert, dann ist der erhaltene Lichtfleck leicht unsymmetrisch.

b) Der Fall grosser Öffnung im Objektraum. Mit einem Mikroskop wird ein Loch in einem Schirm aus leitendem Material untersucht, dessen Durchmesser klein gegen die Wellenlänge ist. Für gekreuzte Polarisatoren ergibt die Rechnung folgende charakteristische Figur ; Das Bild ist zusammengesetzt aus vier Lichtflecken, die auf den Winkelhalbierenden der Achsen der Polarisation liegen.

SUMMARY. — Using the diffraction theory of electromagnetic waves, two wide aperture optical systems are discussed :

a) The case in which the wide aperture is in the image space. The image of an infinitely distant point source formed by a reversed microscope objective is investigated. If the incident light is plane-polarised, the image is slightly un-symmetrical.

b) The case in which the wide aperture is in the object space. The image is investigated which is formed by a microscope of a hole, of diameter which is small compared with the wave-length, pierced in a conducting screen. Between crossed polarisers, the calculation gives a characteristic image form, consisting of four bright areas situated on the bisectors of the axes of the polarisers.

On sait que la théorie de la diffraction basée sur les idées de FRESNEL n'est valable que pour des ouvertures assez faibles. Les calculs étant relativement simples, on emploie cependant cette théorie pour des instruments d'ouverture assez large, comme première approximation. Il est intéressant de savoir dans quelle mesure cette approximation reste suffisante et comment intervient, en particulier, la nature vectorielle de l'onde électro-magnétique. Ce problème a été abordé par H. H. HOPKINS [1]. Nous allons en traiter deux exemples caractéristiques. Seule la théorie de la diffraction d'une onde électromagnétique, qui s'est beaucoup développée ces dernières années, permet de faire des calculs exacts. Tous les résultats dont nous nous servirons se trouvent dans un article important de BOUWKAMP [2].

Le type des systèmes optiques travaillant à grande ouverture est l'objectif de microscope. Dans le premier exemple nous emploierons un tel objectif travaillant à l'envers : on éclaire sa face postérieure par une source éloignée et l'on cherche la figure de diffraction qui se forme sur la platine du microscope. Dans le second exemple cet objectif travaillera dans les conditions normales ; mais nous prendrons comme objet un petit trou circulaire dont le diamètre est très inférieur à la longueur d'onde et nous chercherons l'image qu'en donne cet objectif. Dans les deux cas la lumière incidente est polarisée pour faire apparaître les dissymétries dues à l'orientation privilégiée du vecteur électrique.

I. Considérons donc d'abord une onde plane, monochromatique et polarisée rectilignement, tombant sur un objectif de microscope travaillant à l'envers ; on

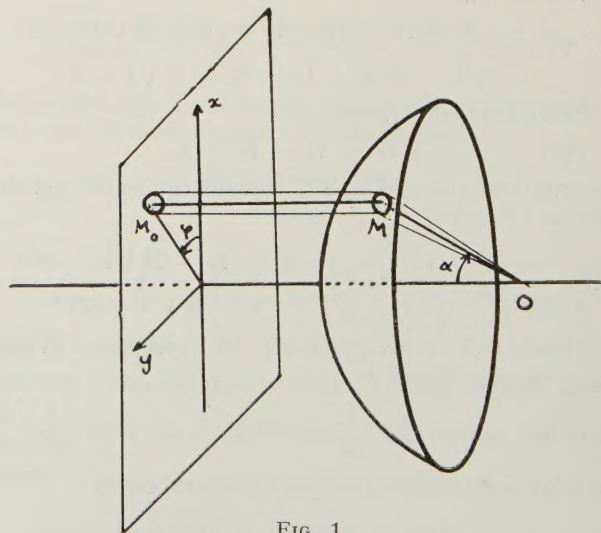


Fig. 1

admet que cet objectif obéit à la condition des sinus et se trouve dépourvu d'aberrations géométriques. La figure 1 montre la marche d'un pinceau de rayons. Nous allons calculer la figure de diffraction dans le voisinage du foyer O. Le problème a déjà été traité partiellement par H. H. HOPKINS [1].

Le rayon de la pupille est très grand par rapport à la longueur d'onde de la lumière. Ceci justifie les raisonnements géométriques que nous allons employer.

Cherchons l'amplitude et l'orientation du vecteur électrique en un point M (R, α, φ) centre d'un élément dS de la surface d'onde, correspondant à un élément dS_0 du plan d'onde incident centré autour du point M_0 .

Pour trouver son amplitude E , nous écrivons la conservation de l'énergie électrique à l'intérieur du pinceau s'appuyant sur dS et dS_0 :

$$E_0^2 dS_0 = E^2 dS,$$

ce qui entraîne

$$(1) \quad E = E_0 \sqrt{\cos \alpha},$$

E_0 étant l'amplitude du vecteur électrique \vec{E}_0 en M_0 , constant en direction et en amplitude par hypothèse.

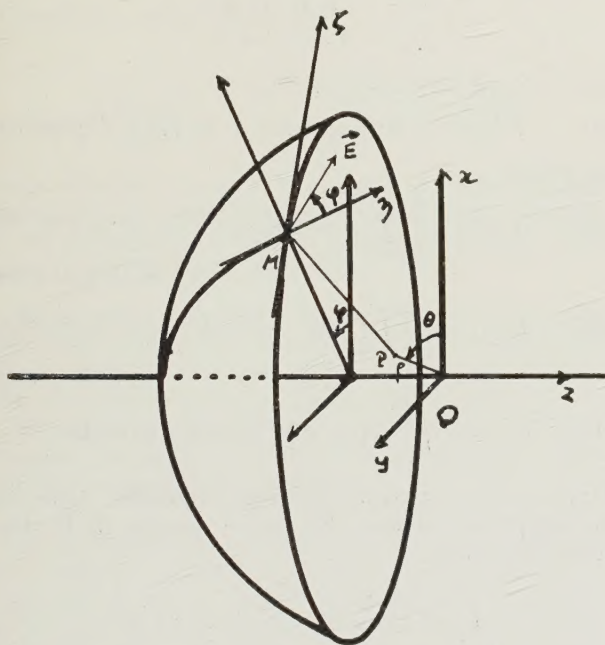


FIG. 2

Pour l'orientation de \vec{E} , considérons la figure 2.

Puisque M est sur une surface d'onde, \vec{E} sera dans le plan tangent en M à cette surface. Soient \vec{M}_η et \vec{M}_ζ les axes tangents respectivement au méridien et au parallèle passant par M. Dans le plan d'onde incident le vecteur \vec{E}_0 fait un angle φ avec le plan passant par M_0 et l'axe du système; dans le plan tangent en M à la surface d'onde, le vecteur \vec{E} doit faire le même angle avec le plan méridien passant par ce point. Nous avons, par conséquent,

$$(2) \quad (\vec{M}_\eta, \vec{E}) = \varphi.$$

Le vecteur électrique \vec{E} est alors complètement déterminé. Calculons ses composantes sur les axes du

trièdre ($O, x y z$), \vec{Ox} ayant la direction et le sens de E_0 , \vec{Oz} le sens de la lumière incidente.

Nous avons

$$(3) \quad E_\eta = E \cos \varphi; E_\zeta = E \sin \varphi$$

et, par conséquent,

$$(4) \quad \left. \begin{aligned} E_x &= E (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos \alpha) \\ E_y &= -E (1 - \cos \alpha) \sin \varphi \cos \varphi \\ E_z &= E \cos \varphi \sin \alpha \end{aligned} \right\}$$

Cherchons maintenant le champ \vec{E}_p au point P(φ, θ) du plan xOy . Rappelons les conditions du problème.

a) Le rayon R de la surface d'onde est très grand par rapport à la longueur d'onde λ .

b) Le point P est au voisinage de O (les termes en φ^n seront négligés pour $n \geq 2$).

c) L'angle limite d'ouverture, α_0 , est grand.

Nous pouvons dans ces conditions calculer le vecteur électrique à partir de la formule de KOTTLER:

$$E_p = \iint \{ (\vec{n} \wedge \vec{E}) \wedge \text{grad } G + i k (\vec{n} \wedge \vec{H}) G + (\vec{n} \cdot \vec{E}) \text{grad } G \} dS - \frac{1}{i k} \int (\vec{s} \cdot \vec{H}) \text{grad } G ds,$$

l'intégrale double étant étendue à la surface non obturée de l'onde, l'intégrale simple au contour de la pupille; \vec{n} est le vecteur normal à la surface, \vec{s} le vecteur tangent au contour et

$$G = \frac{\exp(i k r)}{4 \pi r} \approx \frac{\exp(i k R)}{4 \pi R} \exp(-i k \Delta).$$

Nous avons posé

$$r = MP = R - \Delta$$

et

$$k = 2\pi/\lambda.$$

Puisque P est voisin de O, nous avons

$$\text{grad } G \approx -i k \frac{\exp(i k R)}{4 \pi R} \vec{n}.$$

Rappelons enfin que, sur une surface d'onde,

$$\vec{H} = \vec{n} \wedge \vec{E}.$$

Les formules (3) montrent que l'intégrale de contour est nulle; les approximations que nous venons de faire nous permettent alors d'écrire

$$(5) \quad \vec{E}_p = -\frac{i k}{2\pi R} \exp(i k R) \iint \vec{E} \exp(-i k \Delta) dS.$$

Nous avons

$$(6) \quad dS = R^2 \sin \alpha d\alpha d\varphi$$

et

$$\Delta \approx \rho \sin \alpha \cos(\varphi - \theta).$$

En posant

$$K = -i k R \exp(i k R). E.,$$

et tenant compte des égalités précédentes, nous obtenons les composantes de \vec{E}_p , sur les axes Ox , Oy , Oz ,

$$(8) \quad E_{px} = \frac{K}{2\pi} \int_0^{\alpha_0} \int_0^{2\pi} (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos \alpha) \exp(-i k \rho \sin \alpha \cos(\varphi - \theta)) \sqrt{\cos \alpha} \sin \alpha d\alpha d\varphi$$

$$(9) \quad E_{py} = -\frac{K}{2\pi} \int_0^{\alpha_0} \int_0^{2\pi} \sin \varphi \cos \varphi (1 - \cos \alpha) \exp(-i k \rho \sin \alpha \cos(\varphi - \theta)) \sqrt{\cos \alpha} \sin \alpha d\alpha d\varphi$$

$$(10) \quad E_{pz} = \frac{K}{2\pi} \int_0^{\alpha_0} \int_0^{2\pi} \cos \varphi \sin^2 \alpha \exp(-i k \rho \sin \alpha \cos(\varphi - \theta)) \sqrt{\cos \alpha} d\alpha d\varphi$$

La distribution d'intensité dans la figure de diffraction sera :

$$I(\varphi, \theta) = |E_{px}|^2 + |E_{py}|^2 + |E_{pz}|^2.$$

Rappelons la définition des fonctions de Bessel de première espèce :

$$J_n(z) = \frac{1}{2\pi i^n} \int_0^{2\pi} \exp(iz \cos \theta) \cos n\theta d\theta = \frac{(-1)^n}{2\pi i^n} \int_0^{2\pi} \exp(-iz \cos \theta) \cos n\theta d\theta$$

et celle des fonctions :

$$\Lambda_n(z) = \left(\frac{2}{z}\right)^n J_n(z). n!$$

(JAHNKE-EMDE : « Functionentafeln », 1953, p. 194). Nous allons effectuer les changements de variables suivants :

$$\sin \alpha = u; \nu = u^2; \psi = \varphi - \theta; w = k \rho u.$$

La formule (8) s'écrit alors

$$\begin{aligned} E_{px} &= \frac{K}{2\pi} \int_0^{\alpha_0} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1 + \cos \alpha}{2} - \cos 2\varphi \frac{1 - \cos \alpha}{2} \right) \exp(-i k \rho \sin \alpha \cos(\varphi - \theta)) \sqrt{\cos \alpha} \sin \alpha d\alpha d\varphi \\ &= \frac{K}{2\pi} \left[\int_0^{\alpha_0} \frac{1 + \cos \alpha}{2 \sqrt{\cos \alpha}} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha \int_0^{2\pi} \exp(-i k \rho \sin \alpha \cos \psi) (d\psi - \theta + 2\pi) \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\alpha_0} \frac{1 - \cos \alpha}{2 \sqrt{\cos \alpha}} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha \int_{-\theta}^{\psi + \theta} \cos 2(\psi + \theta) \exp(-i k \rho \sin \alpha \cos \psi) d\psi \right] \end{aligned}$$

et, finalement,

$$E_{px} = K \int_0^{u_0} \frac{(1 - u^2)^{-1/4} + (1 - u^2)^{1/4}}{2} du$$

$$J_0(k \rho u) u du + K \cos 2\theta \int_0^{u_0} \frac{(1 - u^2)^{-1/4} - (1 - u^2)^{1/4}}{2} J_2(k \rho u) u du.$$

On trouve de même

$$E_{py} = -K \sin 2\theta \int_0^{u_0} \frac{(1 - u^2)^{-1/4} - (1 - u^2)^{1/4}}{2} J_2(k \rho u) u du$$

$$E_{pz} = K i \cos \theta \int_0^{u_0} (1 - u^2)^{-1/4} J_1(k \rho u) u^2 du.$$

Si bien que nous pouvons écrire

$$\begin{cases} E_{px} = K(A + B \cos 2\theta), \\ E_{py} = K B \sin 2\theta, \\ E_{pz} = i K C \cos \theta, \end{cases}$$

qui donnent l'intensité en $P(\rho, \theta)$

$$(11) \quad I(\rho, \theta) = K^2 ((A - B)^2 + (4AB + C^2) \cos^2 \theta),$$

en posant

$$(12) \quad A(\rho) = \frac{1}{2} \int_0^{u_0} [(1 - u^2)^{-1/4} + (1 - u^2)^{1/4}] J_0(k \rho u) u du$$

$$(13) \quad B(\rho) = \frac{1}{2} \int_0^{u_0} [(1 - u^2)^{-1/4} - (1 - u^2)^{1/4}] J_0(k \rho u) u du$$

$$(14) \quad C(\rho) = \int_0^{u_0} (1 - u^2)^{-1/4} J(k \rho u) u^2 du.$$

Pour calculer ces trois dernières intégrales, nous les développerons en série. En tenant compte de la relation bien connue

$$\int_0^z z^{n+1} J_n(z) dz = z^{n+1} J_{n+1}(z)$$

et en intégrant par partie, nous obtenons ($w_0 = k \rho \sin \alpha_0$)

$$(15) \quad A(w_0) = \frac{1}{4} \sum_0^\infty (-1)^n \frac{u_0^{2(n+1)}}{(n+1)!} \Lambda_{n+1}(w_0) \left[f_\nu^{(n)}(\nu) \right]_{\nu=u_0^2}$$

$$(16) \quad B(w_0) = \frac{k^2 \rho^2}{16} \sum_0^\infty (-1)^n \frac{u_0^{2(n+3)}}{(n+3)!} \Lambda_{n+3}(w_0) \left[g_\nu^{(n)}(\nu) \right]_{\nu=u_0^2}$$

$$(17) \quad C(w_0) = \frac{k \rho}{4} \sum_0^\infty (-1)^n \frac{u_0^{2(n+2)}}{(n+2)!} \Lambda_{n+2}(w_0) \left[h_\nu^{(n)}(\nu) \right]_{\nu=u_0^2}$$

où $\left[f_v^{(n)}(\nu) \right]_{\nu=u_0^2}$ est la valeur pour $\nu = u_0^2$ de la dérivée

$n^{\text{ème}}$ de la fonction de ν

$$f(\nu) = (1 - \nu)^{-1/4} + (1 - \nu)^{1/4};$$

de même

$$g(\nu) = \frac{1}{\nu} \left[(1 - \nu)^{-1/4} - (1 - \nu)^{1/4} \right]$$

et

$$h(\nu) = (1 - \nu)^{-1/4}$$

Nous avons calculé ces séries pour $\alpha_0 = 45^\circ$, soit $u_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Elles convergent très lentement au-dessus de cette valeur.

Voici, pour quelques valeurs de $w_0 = \frac{\pi \rho \sqrt{2}}{\lambda}$, les valeurs de $A(w_0)$, $B(w_0)$, $C(w_0)$,

$$\sqrt{\frac{I(w_0, 0)}{I(0, 0)}}, \sqrt{\frac{I(w_0, \frac{\pi}{2})}{I(0, 0)}} \text{ et } \left| \frac{2 J_1(w_0)}{w_0} \right|$$

cette dernière fonction étant la répartition analogue qu'on calcule par la théorie de la diffraction à l'infini.

On a donné le module du champ et non son carré, pour rendre la figure plus claire.

Remarque. — Si l'on calcule non plus l'énergie électrique mais le flux électromagnétique tombant sur le plan de mise au point, on trouve alors une répartition de révolution autour de l'axe du système.

Précision des calculs : pour $w_0 \leq 6$, une unité sur la dernière décimale pour les intensités, deux unités pour les coefficients A , B et C .

II. Les courbes de la figure 3 montrent une dissymétrie dans la répartition de l'intensité lumineuse au voisinage du foyer. Malheureusement les dimensions de la tache de diffraction ne permettent guère une vérification expérimentale par photographie directe. Aussi G. NOMARSKI, qui avait fait quelques essais expé-

mentaux sur cette question, nous a-t-il suggéré de traiter ce deuxième problème : on considère une onde plane tombant normalement sur un écran parfaitement conducteur percé d'un trou de diamètre nettement inférieur à la longueur d'onde ; on examine ce trou avec un objectif travaillant dans les conditions normales (fig. 4).

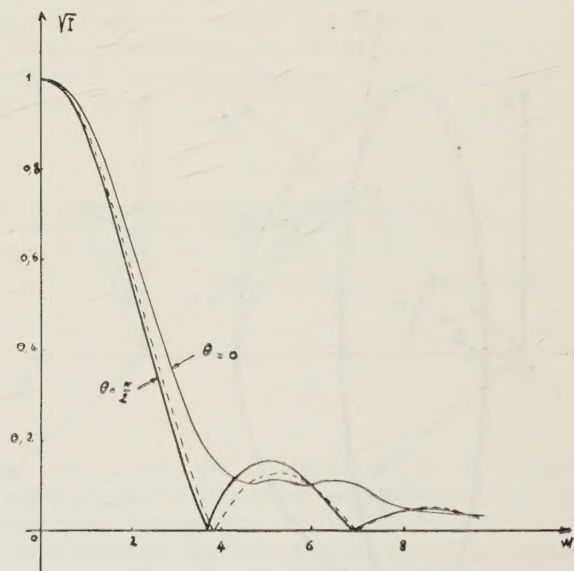


FIG. 3

Pratiquement, une piqûre dans une couche mince d'aluminium peut réaliser ces conditions. Au point de vue du calcul, c'est le problème inverse du précédent. BETHE [3] a étudié le rayonnement de ce petit trou : le vecteur électrique \vec{E} , tangent à une surface d'onde de rayon R , est donné par la formule :

$$(18) \quad \vec{E} = \frac{k^2 a^3}{3 \pi R} \cdot \exp(i k R) \cdot \vec{n} \wedge (2 \vec{H}_0 + \vec{E}_0 \wedge \vec{n})$$

où a est le rayon du trou, \vec{H}_0 et \vec{E}_0 les champs incidents supposés constants sur la surface du trou, \vec{n} le vecteur unitaire de la direction de propagation. On trouve

w_0	1	2	3	3,5	5	6	7	8
$A(w_0)$	0,2207	0,1442	0,0563	0,0193	0,0331	-0,0232	0,0001	0,0149
$B(w_0)$	0,0016	0,0048	0,0085	0,0090	0,0059	0,0012	0,0020	0,0029
$C(w_0)$	0,0450	0,0704	0,0624	0,0499	0,0017	-0,0174	-0,0285	0,0051
$\left \frac{2 J_1(w_0)}{w_0} \right $	0,880	0,577	0,226	0,078	0,131	0,092	0,001	0,059
$\sqrt{\frac{I(w_0, 0)}{I(0, 0)}}$	0,894	0,656	0,358	0,229	0,109	0,109	0,114	0,052
$\sqrt{\frac{I(w_0, \pi/2)}{I(0, 0)}}$	0,873	0,555	0,190	0,041	0,155	0,097	0,008	0,056

croît puis devient pratiquement nul. On en déduit que l'image se compose de quatre taches lumineuses situées sur les bissectrices des axes de l'analyseur. Nous avons représenté sur la figure 5, pour la direction $\theta = \frac{\pi}{4}$, la racine carrée de l'intensité relative à celle que l'on aurait au centre sans analyseur, ce qui donne une indication sur la lumière parasite tolérable.

III. Conclusions. — Les deux systèmes que nous venons d'étudier théoriquement peuvent donner, nous semble-t-il, une idée de l'écart qui existe entre la théorie de FRESNEL et celle de la diffraction d'une onde électromagnétique, dans le cas de grandes ouvertures. Cet écart reste assez faible.

Cependant à l'aide de la figure 3, on peut prévoir qu'un objectif très ouvert dans l'espace image donne,

d'un point objet éloigné, une répartition de l'intensité plus étalée que ne le laisse prévoir le calcul habituel. En particulier les anneaux d'intensité nulle n'existent plus. Le deuxième exemple montre que la polarisation de la lumière risque d'introduire dans certains cas des dissymétries sans rapport avec l'objet examiné si celui-ci est petit devant la longueur d'onde. Il semble que ces résultats puissent justifier, après certaines modifications un travail expérimental.

Nous tenons à remercier M^r MARÉCHAL qui nous a proposé ce travail et dont les conseils nous ont été très précieux.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) H. H. HOPKINS, *Proc. Phys. Soc.*, **55**, 1943, 116.
- (2) BOUWKAMP, *Rep. Prog. Phys.*, G. B. **17**, 1954, 35.
- (3) A. H. BËTHE, *Phys. Rev.* **66**, 1944, 163.

Manuscrit reçu le 12 mai 1956.

NACHRUF

Ernst LEITZ
sen. 1.3.1871-15.6.1956.

Mit Ernst LEITZ hat die Optik einen erfolgreichen Förderer und tatkräftigen Gönner der Wissenschaft verloren. Im Jahre 1889 war er als Lehrling in das von seinem Vater gegründete Werk in Wetzlar eingetreten. 1920 übernahm er die verantwortliche Leitung des Unternehmens. In seine Zeit fielen die schwierigen Wandlungen sozialer, technischer und wirtschaftlicher Art, die es zu meistern galt. Immer getragen von dem Gedanken um das Wohl seiner Mitarbeiter und um

die Entwicklung des Betriebes war er allen diesen Fragen gegenüber besonders aufgeschlossen und gab selbst viele Anregungen für Verbesserungen.

Aber nicht nur den industriellen Aufgaben widmete er seine volle Aufmerksamkeit sondern auch den Forderungen der wissenschaftlichen Forschung. Über allem stand ihm aber die Toleranz und die Freiheit des Gedankens und des Wortes. Sie zu verteidigen war ihm oberstes Gesetz und sittliche Aufgabe. So wurde er allen, die ihm begegneten, Freund und Vorbild, und sie trauern um einen Mann, dessen Mut und Hilfsbereitschaft sie niemals vergessen werden.

Wellenoptische Untersuchungen zum Öffnungsfehler

Joachim FOCKE

Mathematisches Institut, Leipzig.

ZUSAMMENFASSUNG. — Die Grundaufgabe der wellenoptischen Bildfehlertheorie wird als Einstrahlungsproblem zur Wellengleichung formuliert und gelöst. Die bei Spezialisierung auf den Öffnungsfehler zu machenden Vernachlässigungen werden diskutiert, dabei wird auf ein Paradoxon in der Energiebilanz hingewiesen. Zur Berechnung der Intensitätsverteilung im Bildraum für grosse Wellenaberrationen werden für Achsenpunkte, achsennahe und achsenferne Aufpunkte drei verschiedene Verfahren angegeben, die wesentlich auf der Verwendung asymptotischer Entwicklungen beruhen. Hiernit werden umfangreiche theoretische Untersuchungen über die Lichtverteilung in der axialen Kaustik fotografischer Objektive durchgeführt und auch Vergleiche mit dem Experiment gezogen. Die Frage der optimalen Feinkorrektur des Öffnungsfehlers wird diskutiert.

SOMMAIRE. — Le problème fondamental de la théorie ondulatoire des aberrations est formulé et résolu comme un problème de rayonnement lié à l'équation des ondes. On discute des approximations à faire pour être ramené au cas de l'aberration sphérique et l'attention est attirée sur un paradoxe dans la répartition d'énergie. Pour le calcul de la répartition d'intensité dans l'espace image dans le cas de fortes aberrations de l'onde, on donne trois méthodes différentes pour les points de l'axe et pour ceux voisins de l'axe ou éloignés de l'axe, reposant essentiellement sur l'emploi de développements asymptotiques. Avec cela on effectue une large étude théorique de la répartition de la lumière dans la caustique axiale d'objectifs photographiques, et on fait aussi des comparaisons avec l'expérience. On discute la question de la correction finale optimum de l'aberration sphérique.

SUMMARY. — The fundamental problem of the wave theory of aberrations is formulated and solved from the wave equation. The approximations to be made for the case of spherical aberration are discussed and attention directed to a paradox in the energy balance. In order to calculate the distribution of intensity in the image space for large wave aberrations, three different methods are given for points on, near to, or far from the axis, based essentially on the use of asymptotic expansions. A wide theoretical study is then made of the light distribution in the axial caustic of photographic objectives and comparisons are also made with experiment. The question of the optimum correction of spherical aberration is discussed.

Einleitung. — In den letzten fünfzehn Jahren hat das wissenschaftliche Interesse an der wellenoptischen Bildfehlertheorie einen bedeutenden Aufschwung genommen. In den meisten Arbeiten werden kleine Wellenaberrationen, wie bei Fernrohr- und Mikroskopobjektiven, untersucht. Einen vorzüglichen Überblick hierüber gibt E. WOLF [1]. Grosse Wellenaberrationen, wie sie bei fotografischen Objektiven auftreten, sind dagegen nur vereinzelt in Angriff genommen worden [2]. In der vorliegenden Arbeit soll deshalb dieser Fall hinsichtlich des Öffnungsfehlers eingehend behandelt werden.

1. Die Problemstellung der wellenoptischen Abbildungstheorie. — Wir betrachten die Abbildung eines leuchtenden Objektpunktes durch ein Linsensystem und wollen die im Bildraum erzeugte Lichterregung bestimmen. Die Verfolgung der vom Objektpunkt ausgehenden Kugelwelle durch das System auf streng wellenoptischer Grundlage ist infolge der unüberwindlichen mathematischen wie auch physikalischen Schwierigkeiten nicht möglich, lässt sich doch schon die Rolle der Linsenfassungen und Blenden im Sinne der elektromagnetischen Lichttheorie kaum erfassen. Auf Grund des Zusammenhanges zwischen Strahlen- und Wellenoptik bietet sich aber ein Kompromiss an, denn bekanntlich werden die Phasenflächen der Wellenoptik durch die Flächen konstanten Lichtwegs (Wellenflächen) der Strahlenoptik approximiert, abgesehen von der Nachbarschaft der Schattengrenze und der Brennflächen. Wir berechnen deshalb zunächst den Lichtdurchgang durch das Linsensystem strahlenoptisch, erhalten also ein in den Bildraum einstrahlendes Lichtstrahlenbündel mit seinen geometrischen Wellenflächen, begrenzt durch die Austrittspupille,

und schliessen erst hieran die wellenoptische Problemstellung wie folgt an:

Es wird eine im Bildraum reguläre Lösung der Wellengleichung

$$(1.1) \quad \Delta u + k^2 u = 0, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (\lambda = \text{Wellenlänge})$$

gesucht, deren Phasenflächen in grosser Entfernung (gross gegenüber der Wellenlänge) vor dem Gaussischen Bildpunkt asymptotisch in die geometrisch-optischen Wellenflächen des einstrahlenden Lichtstrahlenbündels übergehen, und deren Amplitudenquadrat dort der einfallenden Strahlungsleistung entspricht; im geometrischen Schatten soll die Lösung asymptotisch verschwinden. (Einstrahlungsbedingung)

Geben wir uns das in den Bildraum einstrahlende Lichtbündel auf seinen Hauptstrahl und eine geeignete Wellenfläche (Kennfläche) bezogen vor und führen folgende Bezeichnungen ein (für einen festen Objektpunkt):

x, y, z rechtwinklige Koordinaten des Bildraums, z -Achse gleich Hauptstrahl, Nullpunkt in der Gaussischen Bildebene, x -Achse meridional, y -Achse sagittal.

$\mathfrak{E} = \{\xi, \eta, \zeta\}$ Einheitsvektor in Richtung der Bildstrahlen, ξ, η, ζ Richtungskosinus bezogen auf die x, y, z -Achsen.

$\mathfrak{W}_k(\xi, \eta)$ Kennwellenfläche, vektoriell dargestellt bezüglich ξ, η als Parameter, normiert durch $\mathfrak{W}_k(0,0) = 0$.

Die Kennfläche geht also durch den Nullpunkt und artet im Falle einer Gaussischen Abbildung zu diesen selbst aus. Eine im Abstand a vor der Kennfläche gelegene Wellenfläche hat dann die Darstellung

$$(1,2) \quad \mathfrak{W}(\xi, \eta) = \mathfrak{W}_k(\xi, \eta) - a \mathfrak{S}.$$

Für $a \gg |\mathfrak{W}_k|$ lässt sich auch eine implizite asymptotische Darstellung dieser Wellenfläche angeben

$$(1,3) \quad \rho = a + \Phi \left(-\frac{x}{\rho}, -\frac{y}{\rho} \right) + O \left(\left| \frac{\mathfrak{W}_k}{a} \right| \right),$$

wie man leicht durch iterative Auflösung von (1,2) verifiziert. Hierbei ist noch $\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$, $\rho \gg 0$ und $\Phi(\xi, \eta) = -\mathfrak{S} \cdot \mathfrak{W}_k(\xi, \eta)$ gesetzt worden. Entsprechend (1,3) hat dann Φ die Bedeutung der radialen Abweichung der Wellenfläche von der Kugelgestalt (Wellenaberration (1)).

Wir konstruieren nun die gesuchte Lösung u im Aufpunkt $\mathfrak{r} = (x, y, z)$ durch Superposition ebener Wellen welche die Kennfläche tangieren.

$$(1,4) \quad u = \frac{-ik}{2\pi} \iint_{\Omega} A e^{ikL} d\Omega, \\ L = (\mathfrak{r} - \mathfrak{W}_k) \cdot \mathfrak{S} = \mathfrak{r} \cdot \mathfrak{S} + \Phi$$

Ω Raumwinkel des Strahlenbündels, begrenzt von der Austrittspupille

$d\Omega$ Raumwinkelement, $d\Omega = \zeta^{-1} d\xi d\eta$

A noch unbestimmter Amplitudenfaktor.

Nach Konstruktion ist (1,4) Lösung der Wellengleichung (1,1). Wir zeigen nun, dass (1,4) auch der Einstrahlungsbedingung genügt. Dazu setzen wir $\mathfrak{r} = \rho \mathfrak{e}$, $\rho = |\mathfrak{r}|$ und untersuchen (1,4) für $\rho \gg \lambda$

$$(1,5) \quad u = \frac{-ik}{2\pi} \iint_{\Omega} \left(\frac{1}{\zeta} A e^{ik\Phi(\xi, \eta)} \right) e^{ik\rho \mathfrak{e} \cdot \mathfrak{S}} d\xi d\eta.$$

Wir entwickeln dazu (1,5) asymptotisch nach $1/k\rho$ unter Verwendung der Methode der stationären Phase, wie sie vom Verfasser für Doppelintegrale ausgearbeitet worden ist [4]. Der Wert des Integrals erhält danach infolge der starken Oszillation des Integranden nur von den Stellen des Integrationsgebiets einen Beitrag, an welchen die Phasenfunktion stationär ist. Die runde Klammer in (1,5) kann dabei als « langsam » veränderliche Amplitudenfunktion angesehen werden. In Anwendung von [4], insbesondere Formel (109), folgt nach kurzer Rechnung:

(1,6) im « Licht »:

$$u = \frac{a}{\rho} e^{ik \left[\Phi \left(-\frac{x}{\rho}, -\frac{y}{\rho} \right) - \rho \right]} + k O((k\rho)^{-3/2})$$

im Schatten:

$$u = 0 + k O((k\rho)^{-3/2})$$

Die Phasenflächen $\Phi - \rho = \text{const.}$ stimmen entsprechend (1,3) asymptotisch mit den geometrischen Wellenflächen überein, A^2 ist der eintretenden Strahlungsstärke gleichzusetzen. Damit erfüllt die aufge-

(1) Vgl. [3]. Man beachte, dass hier Φ nur für hinreichend weit vor der Gaußschen Bildebene gelegene Wellenflächen die Bedeutung der radialen Abweichung hat. Φ ist positiv, wenn die Wellenfläche ausserhalb der Bezugskugel liegt.

stellte Lösung die geforderte Einstrahlungsbedingung. Im Falle eines zum Hauptstrahl rotationssymmetrischen Bildstrahlenbündels versagt (1,6) für auf dem Hauptstrahl gelegene Aufpunkte. Diese Ausnahmeerscheinung ist im Spezialfall $\Phi \equiv 0$ im Anschluss an die Untersuchungen von P. DEBYE [5] mehrfach diskutiert worden [6]. Wir wollen deshalb hier auf diese asymptotische Singularität nicht weiter eingehen, da sie auf die Intensitätsverteilung in der Umgebung des Bildpunktes ohne wesentlichen Einfluss sein wird.

Bezeichnen wir den Strahldurchstosspunkt durch die x, y -Ebene mit $\Delta \mathfrak{r} = (\Delta x, \Delta y, 0)$ und geben noch den Zusammenhang mit der Wellenfläche bzw. Wellenaberration an.

$$(1,7) \quad \Delta \mathfrak{r} = \mathfrak{W} + \delta \mathfrak{S}$$

δ ist der Abstand von der Wellenfläche \mathfrak{W} bis zur x, y -Ebene längs \mathfrak{S} . Durch skalare Multiplikation mit \mathfrak{S}_ξ erhalten wir unter Beachtung von $\mathfrak{S}^2 = 1$, $\mathfrak{S} \cdot \mathfrak{S}_\xi = 0$ und $\mathfrak{S} \cdot \mathfrak{W}_\xi = 0$, (da \mathfrak{S} normal zur Wellenfläche)

$$\Delta \mathfrak{r} \cdot \mathfrak{S}_\xi = \Delta x = \mathfrak{W} \cdot \mathfrak{S}_\xi = \frac{\partial}{\partial \xi} (\mathfrak{W} \cdot \mathfrak{S}),$$

und auf die Kennwellenfläche bezogen

$$(1,8) \quad \Delta x = -\Phi_\xi \quad \text{und analog} \quad \Delta y = -\Phi_\eta.$$

Auch die Kaustikfläche lässt sich durch die schon in (1,4) benutzte Funktion $L = (\mathfrak{r} - \mathfrak{W}_k) \cdot \mathfrak{S} = \mathfrak{r} \cdot \mathfrak{S} + \Phi$ ausdrücken, welche geometrisch den Abstand des Aufpunktes \mathfrak{r} von der durch \mathfrak{S} bestimmten Tangentialebene der Kennfläche angibt. Denn liegt der Aufpunkt auf der Kaustikfläche — er muss dann Schnittpunkt zweier infinitesimal benachbarter Lichtstrahlen sein — so ist sein Abstand L von der Kennfläche längs dieser beiden Strahlen stationär. Hieraus fliessen für die Kaustikfläche, welche im allgemeinen in zwei Schalen zerfällt oder auch ausarten kann, die Bedingungen

$$(1,9) \quad L_\xi = (\mathfrak{r} - \mathfrak{W}_k) \cdot \mathfrak{S}_\xi = 0, \quad L_\eta = (\mathfrak{r} - \mathfrak{W}_k) \cdot \mathfrak{S}_\eta = 0, \\ L_{\xi\xi} L_{\eta\eta} - L_{\xi\eta}^2 = 0.$$

2. Spezialisierung der Problemstellung auf den Öffnungsfehler. — Wir nehmen an, dass das einfallende Strahlenbündel nur mit Öffnungsfehler behaftet ist, legen also den Objektpunkt auf die optischen Achse. Infolge der Rotationssymmetrie ist dann das Bündel schon durch die Strahlen $\eta = 0$ charakterisiert. Führen wir für diese den in der rechnenden Optik gebräuchlichen Aperturwinkel u' mit $\sin u' = -\xi/|u'| \leq \pi/2$ ein oder gehen auch zu $h = f \sin u' = -f\xi$, $f = \text{Brennweite}$, über, wobei h für unendlich fernen Objektpunkt die Bedeutung der Strahleinfallshöhe hat, falls das System die Sinusbedingung erfüllt. Es ergibt sich dann entsprechend (1,8):

Sphärische Querabweichung:

$$(2,1) \quad \Delta x = \frac{d\Phi}{d \sin u'}$$

(1) Diese Gleichungen zeigen den engen Zusammenhang von Φ mit dem gemischten Eikonal.

Sphärische Längsabweichung :

$$\Delta s' = \operatorname{ctg} u' \frac{d\Phi}{d \sin u'} \approx 2 \frac{d\Phi}{d \sin^2 u'} \\ \text{mit 3 \% Fehler für } |u'| \leq 1/4 \quad 1)$$

Nehmen wir nun weiterhin an, dass sich die Querabweichung hinreichend genau durch einen zweigliedrigen Ausdruck approximieren lässt, so erhalten wir mit Berekschen Bildfehlerkoeffizienten :

$$\Delta x = -\frac{1}{2} f (I h^3 + I^* h^5) \quad (2,2)$$

$$\Delta s' = -\frac{1}{2} f^2 (I h^2 + I^* h^4).$$

Für I und I^* sind vom Verfasser [7] Summenformeln analog den Seidelschen Formeln angegeben worden. Die Darstellungen (2,2) können aber auch im Anschluss an eine trigonometrische Durchrechnung als Interpolationspolynome gewonnen werden. Zur Vermeidung unbequemer Zahlenwerte normieren wir die eingeführten Grössen bezüglich einer geeigneten Bezugshöhe h_0 , der Wellenzahl k und der Brennweite f . Aufpunktkoordinaten :

$$X = -k \frac{h_0}{f} x, \quad 0 = y, \quad Z = \frac{1}{2} k \frac{h_0^2}{f^2}$$

Sphärische Querabweichung :

$$\Delta X = -k \frac{h_0}{f} \Delta x$$

Sphärische Längsabweichung :

$$\Delta Z = \frac{1}{2} k \frac{h_0^2}{f^2} \Delta s'$$

« Zone » :

$$\Delta = \frac{1}{2} k \frac{h_0^2}{f^2} \Delta s'_{\text{zone}}$$

Einfallshöhe :

$$H = \frac{h}{h_0}$$

Strahlrichtungen :

$$\xi = \frac{h_0}{f} r \cos \alpha, \quad \eta = \frac{h_0}{f} r \sin \alpha, \quad r \geq 0$$

Aberrationskoeffizienten :

$$T = -\frac{4}{3} H_c^{-4} \Delta, \quad S = -2 H_c^{-2} \Delta$$

In diesen Einheiten stellt sich dann dar :

$$(2,3) \quad \Delta X = 4 S H^3 - 6 T H^5 \\ \Delta Z = -2 S H^2 + 3 T H^4 \quad 3 T H^2 = (H^2 - H_c^2)$$

(1) Eine Toleranz von 3 % für $\Delta s'$ entspricht etwa der im allgemeinen experimentell erreichten Messgenauigkeit.

H_c, H_z, H_r sind die normierten Einfallshöhen h_c, h_z, h_r des sphärisch korrigierten Strahles, des Zonenstrahles und des Randstrahles. Infolge (2,1) und der Rotationssymmetrie des Bündels folgt für die Wellenaberration :

$$-k \Phi = S r^4 - T r^6 \\ (2,4) \quad -\Phi_{\max} = \frac{1}{4\pi} H_c^6 T \lambda \text{ bei } H = H_c.$$

Hiermit lässt sich nun die in (1,4) benötigte Phasenfunktion $-k L = -k (\xi x + \zeta z) - k \Phi$ aufstellen. Entwickeln wir

$$\zeta = \sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2} = 1 - \frac{1}{2} (\xi^2 + \eta^2) - \dots$$

und brechen nach dem zweiten Glied ab. Der entstehende Fehler von höchstens 1,5 % bei Öffnungsverhältnis 1 : 2 kann entsprechend der schon für $\Delta s'$ zugelassenen Toleranz vernachlässigt werden.

$$(2,5) \quad -k L = X r \cos \alpha + Z r^2 + S r^4 - T r^6 - 2 Z \frac{f^2}{h_0^2}$$

Entsprechend (1,9) können wir noch die Kaustik in Parameterdarstellung angeben.

$$X = 8 S H^3 - 24 T H^5 \\ (2,6) \quad Z = -6 S H^2 + 15 T H^4$$

Nun zur Aufstellung der Lösung (1,4).

$$(2,7) \quad u = \frac{-ik}{2\pi} \frac{h_0^2}{f^2} \int_0^{H_R} \int_0^{2\pi} A e^{ikL} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h_0^2}{f^2} r^2 + \dots \right) r dr d\alpha$$

Hierbei ist noch $\zeta^{-1} = 1 + \frac{1}{2} (\xi^2 + \eta^2) + \dots$ entwickelt worden. Beim Öffnungsverhältnis 1 : 2 liefert schon das zweite Glied nur 3 % Beitrag zum Integranden. Wie wirkt sich dies aber auf u aus ? Betrachten wir dazu den Spezialfall der homogenen Kugelwelle, $S = T = 0$, $A = 1$, $h_0 = h_r$, $H_r = 1$ und berechnen $u(X, Z)$ in der Brennebene $Z = 0$.

$$(2,8) \quad u(X, 0) = \\ = \frac{-ik}{2\pi} \frac{h_r^2}{f^2} \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{-iXr \cos \alpha} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h_r^2}{f^2} r^2 \right) r dr d\alpha \\ = -ik \frac{h_r^2}{f^2} \left[\int_0^1 j_0(Xr) r dr + \frac{1}{2} \frac{h_r^2}{f^2} \int_0^1 j_0(Xr) r^3 dr \right] \\ = -ik \frac{h_r^2}{f^2} \left[\frac{1}{X} j_1(X) + \frac{1}{2} \frac{h_r^2}{f^2} \left(\frac{1}{X} j_1(X) - \frac{2}{X^2} j_2(X) \right) \right]$$

Speziell für die Brennpunktintensität folgt hieraus

$$(2,9) \quad |u(0,0)|^2 = k^2 \frac{h_r^4}{f^4} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \frac{h_r^2}{f^2} \right].$$

Der Einfluss des zweiten Gliedes beträgt auch hier etwa 3%. Berechnen wir aber aus (2,8) noch die Totalbeleuchtung b_∞ der ganzen Brennebene

$$(2,10) \quad \begin{aligned} b_\infty &= 2\pi \int_0^\infty |u|^2 x dx = 2\pi \frac{f^2}{h_r^2 k^2} \int_0^\infty |u(X,0)|^2 X dX \\ &= 2\pi \frac{h_r^2}{f^2} \left[\int_0^\infty \frac{1}{X} J_1^2(X) dX + \frac{h_r^2}{f^2} \int_0^\infty \left(\frac{1}{X} J_1^2(X) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2 \frac{1}{X^2} J_1(X) J_2(X) \right) dX \right] \\ &= \pi \frac{h_r^2}{f^2} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{h_r^2}{f^2} \right] = \pi \sin^2 u'_r \left[1 + \frac{1}{2} \sin^2 u'_r \right] \end{aligned}$$

und vergleichen mit dem in den Bildraum einstrahlenden Lichtstrom, welcher proportional zum Raumwinkel Ω des Strahlenbündels ist ($u'_r = u'_{\text{Rand}}$).

$$(2,11) \quad |\Omega| = 2\pi (1 - \cos u'_r) = \pi (\sin^2 u'_r + \frac{1}{4} \sin^4 u'_r + \dots)$$

In erster Näherung stimmt die Totalbeleuchtung der Brennebene mit dem einfallenden Lichtstrom überein. Berücksichtigen wir aber noch das zweite Glied, so ergibt sich das Paradoxon, dass die Totalbeleuchtung grösser als der überhaupt einfallende Lichtstrom wird. Dieser Widerspruch liegt wohl darin begründet, dass die in der Wellentheorie allgemein verwendete Beziehung: $|u|^2 = \text{Intensität}$ auch nur eine Approximation darstellt, welche an die Voraussetzung nicht zu grosser Apertur des Strahlenbündels geknüpft ist. Für sehr grosse Apertur, Öffnungsverhältnis 1:1 ist deshalb unsere Theorie nur mit Vorbehalt anwendbar. Es hat deshalb auch vom physikalischen Standpunkt aus keinen Sinn, das zweite Glied in (2,7) noch zu berücksichtigen.

Wir führen noch folgende Schreibweisen ein.
Wellenfunktion:

$$(2,12) \quad \begin{aligned} U(X, Z) &= \frac{2}{-ik} \frac{f^2}{h_r^2} e^{-i2Z/f/h_r^2} u(X, Z) \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{H_r} \int_0^{2\pi} A e^{-i\varphi(r, \alpha)} r dr d\alpha \\ \varphi(r, \alpha) &= X r \cos \alpha + Z r^2 - k \Phi(r) \end{aligned}$$

Lichtintensität:

$$J = J(X, Z) = |U(X, Z)|^2$$

Totalbeleuchtung:

$$B = B(X, Z) = \frac{1}{2} \int_0^{X'} J(\bar{X}, Z) \bar{X} d\bar{X}$$

$B(X, Z)$ gibt die Totalbeleuchtung in der Auffangebene $Z = \text{const.}$ innerhalb eines Kreises vom Radius X an.

J und B sind so normiert, dass die Brennpunktintensität der entsprechenden stigmatischen Abbildung $J_0 = J(0,0) = H_r^4$ und die Totalbeleuchtung der ganzen Brennebene $B_\infty = B(\infty, 0) = H_r^2$ wird.

3. Die Lichtintensität in Achsenpunkten. — Wir wollen nun (2,12) zunächst für Achsenpunkte $X = 0$ numerisch auswerten. Dabei wollen wir uns nicht auf kleine Aberrationen $|\Phi_{\text{max}}| \leq \lambda$ beschränken, sondern auch grosse Aberrationen bis etwa 10λ zulassen, wie sie bei photographischen Objektiven auftreten. Des weiteren nehmen wir in dieser Arbeit durchweg homogene Amplitudenverteilung $A \equiv 1$ über die Austrittspupille an, vernachlässigen also Absorptions- und Spiegelverluste. Somit geht (2,12) über in:

$$(3,1) \quad U(0, Z) = 2 \int_0^{H_r} e^{-i(Zr^2 + Sr^4 - Tr^6)} r dr$$

Führen wir durch $r^2 = T^{-1/3} t + \frac{1}{2} H_c^2$ die neue

Integrationsvariable t ein, so ergibt sich:

$$(3,2) \quad \begin{aligned} U(0, Z) &= e^{-i \left(\frac{1}{2} Z H_c^2 + \frac{1}{4} T H_c^6 \right)} T^{-1/3} \int_a^b e^{i(t^3 - qt)} dt \\ a &= -\frac{1}{2} H_c^2 T^{1/3}, \quad b = \left(H_r^2 - \frac{1}{2} H_c^2 \right) T^{1/3} \end{aligned}$$

$$q = (Z - \Delta)^{-1/3}, \quad T > 0$$

$T > 0$ d. h. sphärische Unterkorrektur $\Delta < 0$ liegt bei photographischen Objektiven meist vor, bedeutet hier aber keine Einschränkung, da das ganze Problem entsprechend (2,12) in Δ symmetrisch ist. Mit (3,2) ist U auf ein unvollständiges Airysches Integral zurückgeführt worden,

$$(3,3) \quad A(q) \Big|_a^b = \int_a^b e^{i(t^3 - qt)} dt$$

eine Bezeichnung, welche in Anlehnung an das (vollständige) Airysche Integral

$$(3,4) \quad A(q) = A(q) \Big|_{-\infty}^{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(t^3 - qt)} dt \quad (1)$$

eingeführt sei. $A(q) \Big|_a^b$ ist im allgemeinen komplexwertig, für den Übergang zum Konjugiertkomplexen gilt:

$$(3,5) \quad \overline{A(q) \Big|_a^b} = A(q) \Big|_b^a$$

Die Lichtintensität selbst lässt sich dann durch

(1) In der neueren englischen Literatur wird auch

$$Ai(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \left(tz + \frac{1}{3} t^3 \right)} dt, \quad \text{also } A(q) = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} Ai \left(\frac{-q}{\sqrt{3}} \right)$$

als Airysche Integralfunktion erklärt.

$$(3,6) \quad \mathfrak{J}(0, Z) = T^{-2/3} \left| A(q) \right|_a^b \Big|^2$$

ausdrücken, mit a, b, q entsprechend (3,2). Hieraus kann man sofort folgenden wichtigen Sachverhalt ablesen: Die Intensitätsverteilung auf der Achse bleibt für feste H_r und T beim Übergang von positiver zu negativer Randstrahlungsaberration ΔZ_r ungeändert, abgesehen von einer mit Δ erfolgenden Translation. Denn $\Delta Z_r | - \Delta Z_r$ bedeutet nach (2,3) $(H_r^2 - H_c^2) | - (H_r^2 - H_c^2)$, dies zieht aber $b | - a$, $a | - b$ nach sich, und aus (3,5) folgt die Behauptung.

Für die unvollständige Airysche Integralfunktion liegen am hiesigen Mathematischen Institut folgende numerische Auswertungen vor:

$A(q) \Big|_0^\tau$ dargestellt in Nomogrammen für $q = -6$ bis $q = 15,5$ in Schritten 0,5 und etwa $-3 \leq \tau \leq 3$ kontinuierlich. Ablesegenauigkeit 2 Dezimalen, für $q = 0$ bis $q = 4$ auch 3 Dezimalen. Die Nomogramme geben $A(q) \Big|_0^\tau$ für jedes feste q in der komplexen Zahlenebene als Funktion des reellen Parameters τ wieder. Ihre Anlage entspricht etwa der Darstellung der Fresnellschen Integrale durch die Cornusche Spirale. Vgl. [8]. Zur Konstruktion wurden folgende konvergente bzw. asymptotische Reihen aufgestellt:

$$(3,7) \quad A(q) \Big|_0^\infty = \sum_{n=0}^{\infty} b_n q^n$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad b_{3\nu} &= \left(\frac{1}{2} + i \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) a_{3\nu} \\ b_{3\nu+1} &= \left(\frac{1}{2} - i \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) a_{3\nu+1} \\ b_{3\nu+2} &= -i \frac{(-1)^\nu \nu!}{3(3\nu+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{wobei} \quad a_0 &= \sqrt{3} \left(\frac{1}{3} \right)!, \quad a_1 = \frac{1}{2} \sqrt{3} \left(\frac{2}{3} \right)!, \\ a_n &= -\frac{1}{3n(n-1)} a_{n-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3,8) \quad A(q) \Big|_0^\infty &\sim e^{-i(2\sqrt{q/3} - \pi/4)} \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}q}} \times \\ &\left[1 + i \frac{3!!}{2!} (12q)^{-\frac{3}{2}} - \frac{6!!}{4!} (12q)^{-\frac{6}{2}} - \dots \right] \\ &- i \left[q^{-1} - \frac{3!}{1!} q^{-4} + \frac{6!}{2!} q^{-7} - \dots \right], \quad q > 0 \\ A(q) \Big|_0^\infty &\sim \frac{1}{2} e^{-2\sqrt{|q|/3}} \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}|q|}} \times \\ &\left[1 - \frac{3!!}{2!} |12q|^{-\frac{3}{2}} + \frac{6!!}{4!} |12q|^{-\frac{6}{2}} - \dots \right] \end{aligned}$$

$$+ i \left[|q|^{-1} + \frac{3!}{1!} |q|^{-4} + \frac{6!}{2!} |q|^{-7} + \dots \right], \quad q < 0$$

$$\text{mit } n!! = 1.3.5 \dots (2n-1), \quad 0!! = 1$$

$$(3,9) \quad A(q) \Big|_\tau^\infty \sim \frac{i e^{i(\tau^3 - q\tau)}}{3\tau^2 - q} \left[1 - i \frac{6\tau}{(3\tau^2 - q)^2} - \frac{90\tau^2 + 6q}{(3\tau^2 - q)^4} + \dots \right]$$

$$\text{für } \tau > \sqrt{q/3}, \quad q \geq 0 \quad \text{und} \quad \tau > 0, \quad q < 0$$

$$\begin{aligned} (3,10) \quad A(q) \Big|_{\sqrt{q/3}}^\infty &\sim \frac{1}{2} e^{-i2\sqrt{q/3}} \times \\ &\left[\left(-\frac{1}{2} \right)! e^{i\frac{\pi}{4}} (3q)^{-\frac{1}{4}} - \frac{2}{2.1!} 0! e^{i\frac{2\pi}{4}} (3q)^{-\frac{4}{4}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3.5}{2^2 2!} \left(\frac{1}{2} \right)! e^{i\frac{3\pi}{4}} (3q)^{-\frac{7}{4}} - \frac{4.6.8}{2^3 3!} 1! e^{i\frac{4\pi}{4}} (3q)^{-\frac{10}{4}} + \dots \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3,11) \quad A(q) \Big|_0^\tau &\sim \frac{-i e^{i(\tau^3 - q\tau)}}{3\tau^2 - q} \left[1 - i \frac{6\tau}{(3\tau^2 - q)^2} - \frac{90\tau^2 + 6q}{(3\tau^2 - q)^4} + \dots \right] \\ &- i \left[q^{-1} - \frac{3!}{1!} q^{-4} + \frac{6!}{2!} q^{-7} - \dots \right] \end{aligned}$$

$$\text{für } 0 \leq \tau < \sqrt{q/3}, \quad q > 0 \quad \text{und} \quad \tau \geq 0, \quad q < 0.$$

Die Potenzreihe (3,7) erhält man durch Entwickeln des Integranden des Airyschen Integrals und anschließende gliedweise Integration, wobei jedoch der Integrationsweg geeignet ins Komplexe verlegt werden muss. Die asymptotischen Entwicklungen sind sämtlich mittels der Methode der stationären Phase [4], Formel (38), (41), (49) hergeleitet worden. Ausserdem wurde bei der Konstruktion der Nomogramme von den geometrischen Eigenschaften der Kurven Gebrauch gemacht, welche sich unmittelbar aus der Integraldarstellung ergeben:

$$\text{Richtungswinkel} = \tau^3 - q\tau$$

$$\text{Bogenlänge} = \tau$$

$$\text{Krümmungsradius} = 1/(3\tau^2 - q).$$

Die Nomogramme gestatten ausser der Entnahme von $A(q) \Big|_0^\tau$ auch $|A(q)|_a^b|$ unmittelbar abzugreifen, was für die Auswertung von (3,6) von grossem Vorteil ist.

4. Die Lichtintensität in der Nachbarschaft der Achse. — Für die Lichtintensität in der Nachbarschaft der Achse stellen wir eine Entwicklung nach Besselfunktionen auf, welche sich bis $X = 20$ noch gut auswerten lässt. Wir lehnen uns dabei an das von ZERNIKE und NIJBOER [9] bei kleinen Aberrationen verwendete Verfahren an, bringen dies aber jetzt mit den hauptsächlich auf asymptotischen Entwicklungen beruhenden Ergebnissen des vorigen Abschnittes in Verbindung. Integrieren wir zunächst (2,11) über α

$$(4,1) \quad U(X, Z) = 2 \int_0^{H_R} \tilde{J}_0(Xr) e^{-i(Zr^2 + Sr^4 - Tr^6)} r dr$$

und transformieren auf die neue Variable

$$s = r^2 - \frac{1}{2} \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} H_c^2.$$

$$(4,2) \quad U(X, Z) = e^{-i\left(\frac{1}{2} Z H_c^2 + \frac{1}{4} T H_c^6\right)} \int_{-\frac{1}{2}}^{H_R^2 - \frac{1}{2}} \tilde{J}_0\left(X \sqrt{s + \frac{1}{2}}\right) e^{-i[(Z - \Delta)(s + \delta) - T(s + \delta)^3]} ds.$$

Wir entwickeln nun $\tilde{J}_0\left(X \sqrt{s + \frac{1}{2}}\right)$ im Intervall $-\frac{1}{2} \leq s \leq \frac{1}{2}$ nach LEGENDRE-Polynomen $P_n(x)$.

$$(4,3) \quad \tilde{J}_0\left(X \sqrt{s + \frac{1}{2}}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n P_n(2s),$$

$$c_n = (2n+1) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tilde{J}_0\left(X \sqrt{s + \frac{1}{2}}\right) P_n(2s) ds.$$

Durch Anwendung einer Integralformel von ZERNIKE [10] ergibt sich für c_n :

$$(4,4) \quad c_n = (-1)^n 2(2n+1) \frac{1}{X} \tilde{J}_{2n+1}(X)$$

und damit

$$(4,5) \quad \tilde{J}_0\left(X \sqrt{s + \frac{1}{2}}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 2(2n+1) \frac{1}{X} \tilde{J}_{2n+1}(X) P_n(2s).$$

Setzen wir dies in (4,2) ein. ($H_R \leq 1$).

$$(4,6) \quad U(X, Z) = e^{-i(\dots)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 2(2n+1) \frac{2}{X} \times \tilde{J}_{2n+1}(X) \int_{-\frac{1}{2}}^{H_R^2 - \frac{1}{2}} P_n(2s) e^{-i[(Z - \Delta)(s + \delta) - T(s + \delta)^3]} ds.$$

Die Güte der Konvergenz hängt allein von dem Faktor $(2n+1) \frac{2}{X} \tilde{J}_{2n+1}(X)$ ab, da die Integrale dem Betrag nach kleiner als 1 bleiben. Je nach der geforderten Genauigkeit und dem betrachteten X -Wert brechen wir mit $n = N$ ab. Geben wir uns die LEGENDRE-Polynome durch

$$(4,7) \quad P_n(x) = \sum_{\nu=0}^n p_n^{(\nu)} x^{\nu}, \quad p_n^{(\nu)} = 0 \text{ für } n + \nu \text{ unger.}$$

$$p_n^{(2\mu-n)} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-\mu} \frac{\mu!!}{(n-\mu)!(2\mu-n)!},$$

vor, gehen damit in (4,6) ein und ordnen die Summen um.

$$(4,8) \quad U(X, Z) \approx e^{i(\dots)} \sum_{\nu=0}^N G_{\nu}(Z) g_{\nu}(X)$$

$$(4,9) \quad G_{\nu}(Z) = \int_{-\frac{1}{2}}^{H_R^2 - \frac{1}{2}} (-2s)^{\nu} e^{-i[(Z - \Delta)(s + \delta) - T(s + \delta)^3]} ds,$$

$$(4,10) \quad g_{\nu}(X) = \frac{2}{X} \sum_{n=\nu}^N (2n+1) p_n^{(\nu)} \tilde{J}_{2n+1}(X)$$

Zur Berechnung der G_{ν} stellen wir für $\nu \geq 2$ eine Rekursionsformel durch partielle Integration nach dem Faktor $e^{iT s^3}$ auf.

$$(4,11) \quad G_{\nu} = -i \frac{8}{3T} (\nu-2) G_{\nu-3} + 4 \left(\frac{Z - \Delta}{3T} - \delta^2 \right) G_{\nu-2} + 4 \delta G_{\nu-1} + M_{\nu}, \quad \nu \geq 2$$

$$(4,12) \quad M_{\nu} = \frac{4}{3T} \left\{ (1 - 2H_R^2)^{\nu-2} \sin \beta - \sin \alpha \right\} - i \frac{4}{3T} \left\{ (1 - 2H_R^2)^{\nu-2} \cos \beta - \cos \alpha \right\}$$

$$\alpha = a^3 - qa, \quad \beta = b^3 - qb,$$

a, b, q und δ entsprechend (3,2) bzw. (4,2). Für $\nu = 2$ ist das Glied $G_{\nu-3}$ zu streichen. Hiermit lassen sich die G_{ν} auf G_0 und G_1 zurückführen.

$$(4,13) \quad G_0 = \int_{-\frac{1}{2}}^{H_R^2 - \frac{1}{2}} e^{-i[(Z - \Delta)(s + \delta) - T(s + \delta)^3]} ds$$

$$= T^{-\frac{1}{3}} \int_a^b e^{i(t^3 - qt)} dt = T^{-\frac{1}{3}} A(q) \Big|_a^b$$

(4,14)

$$G_1 = -2 \int_{-\frac{1}{2}}^{H_R^2 - \frac{1}{2}} s e^{-i[(Z - \Delta)(s + \delta) - T(s + \delta)^3]} ds$$

$$= -2 T^{-\frac{1}{3}} \int_a^b (t T^{-\frac{1}{3}} - \delta) e^{i(t^3 - qt)} dt$$

$$= 2 \delta T^{-\frac{1}{3}} A(q) \Big|_a^b - 2 i T^{-\frac{2}{3}} \frac{d}{dq} A(q) \Big|_a^b$$

G_0 selbst berechnet sich unmittelbar aus dem unvollständigen Airyschen Integral, G_1 noch zusätzlich aus seiner Ableitung nach q . Zur Berechnung der Ableitung müsste man die im dritten Abschnitt angegebenen Reihen nach q differenzieren. Wir können uns aber die ziemlich umfangreiche numerische Auswertung der dann entstehenden Reihen ersparen, indem wir $A(q) \Big|_a^b$ für mehrere q -Werte aus unseren Nomogrammen entnehmen — man interessiert sich ja sowieso stets für die Intensität in mehreren benachbarten Querschnit-

ten — und die Ableitung durch numerische Differentiation bestimmen. Sind die G_v durch die Rekursionsformel (4,11) aus den Anfangsgliedern (4,13) und (4,14) und die g_v gemäss (4,10) berechnet, so erhalten wir schliesslich die gesuchte Lichtintensität:

$$(4,15) \quad \mathfrak{I}(X, Z) = \left| \sum_{v=0}^N \operatorname{Re} G_v(Z) g_v(X) \right|^2 + \left| \sum_{v=0}^N \operatorname{Im} G_v(Z) g_v(X) \right|^2.$$

Die allgemein für $H_r \leq 1$ geltenden Formeln vereinfachen sich für $H_c = 1$, $H_r \leq 1$ oder für $H_r = 1$, also

$$\delta = \frac{1}{6T} \Delta Z_r. \text{ Will man von positiver zu negativer}$$

Randstrahl aberration δ übergehen, so hat man nur gemäss (4,9)

$$(4,16) \quad G_v|_{-\delta} = (-1)^v \overline{G_v|_{\delta}}, \quad H_r = 1$$

zu verwenden. Im Gegensatz zur Achsenintensität ändert sich hierdurch aber die Intensitätsverteilung wesentlich. Vom Fall $H_r = 1$ kann man nachträglich durch Beachtung der Relation

$$(4,17) \quad \mathfrak{I} = \mathfrak{I}(X, Z, T, H_c, H_r) = H_r^4 \mathfrak{I}\left(H_r X, H_r^2 Z, H_r^6 T, \frac{H_c}{H_r}, 1\right)$$

auch zum allgemeinen Fall $H_r \leq 1$ übergehen.

Das Verfahren erfasst mit der Achsennachbarschaft $X \leq 20$ für Aberrationen $|\Phi_{\max}| \leq 5 \lambda$ fast die gesamte Intensitätsverteilung, da diese weiter ausserhalb praktisch auf Null absinkt. Nur bei noch grösseren Aberrationen sind achsenferne Punkte $X > 20$ in Betracht zu ziehen, was im nächsten Abschnitt geschehen soll.

5. Die Lichtintensität in achsenfernen Punkten. —

Für grosse X entwickeln wir (2,12) asymptotisch nach einem im Exponenten eingefügten Parameter κ

$$(5,1) \quad U(X, Z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{H_r} \int_0^{2\pi} e^{-i\kappa\varphi(r, \alpha)} r dr d\alpha, \quad \varphi \text{ entspr. (2,12),}$$

welchen wir am Schluss wieder gleich 1 setzen. Wir verwenden dabei im Anschluss an van KAMPEN [2] die Methode der stationären Phase, jedoch in ihrer strengen Ausarbeitung [4]. An jedem inneren Punkt $\tilde{r}, \tilde{\alpha}$ stationärer Phase, bestimmt durch

$$(5,2) \quad \varphi_r = X \cos \alpha + 2Zr + 4Sr^3 - 6Tr^5 = 0 \\ \varphi_\alpha = -Xr \sin \alpha = 0,$$

erhält das Integral entsprechend [4], Formel (109) einen Beitrag:

$$(5,3) \quad U_{\tilde{r}, \tilde{\alpha}} = \frac{2j e^{-i\kappa\hat{\varphi}}}{\sqrt{|\hat{\varphi}_{rr} \hat{\varphi}_{\alpha\alpha}|}} \left[\frac{\hat{r}}{i\kappa} + O\left(\frac{1}{\kappa^2}\right) \right] \\ \text{mit } j = \begin{cases} 1 & \varphi_{rr} > 0, \quad \varphi_{\alpha\alpha} > 0 \\ -1 & \text{für } \varphi_{rr} > 0, \quad \varphi_{\alpha\alpha} < 0 \\ 1 & \varphi_{rr} \varphi_{\alpha\alpha} < 0 \end{cases} \quad 1)$$

Hierbei ist $\hat{\varphi}_{rr} \neq 0$, $\hat{\varphi}_{\alpha\alpha} \neq 0$ vorausgesetzt, der Aufpunkt X, Y , liegt also nicht auf einer Kaustik. Zur Abschätzung des asymptotischen Verhaltens von (5,3) ist vom Verfasser mittels [4], Formel (114) auch noch das zweite Entwicklungsglied berechnet worden, welches wir aber wegen seiner Kompliziertheit hier nicht wiedergeben wollen. Zu den Beiträgen der inneren Punkte kommen noch entsprechend [4], Formel (123) die Beiträge der kritischen Randpunkte $\hat{r}, \hat{\alpha}$ in welchen die Richtungsableitung φ_α der Phasenfunktion φ längs des Randes verschwindet.

$$(5,4) \quad U_{\hat{r}, \hat{\alpha}} = \frac{-e^{-i(\kappa\hat{\varphi} \pm \pi/4)}}{\hat{\varphi}_r \sqrt{\frac{\pi}{2} |\hat{\varphi}_{\alpha\alpha}| \kappa}} \left[\frac{\hat{r}}{i\kappa} + O\left(\frac{1}{\kappa^2}\right) \right] \\ \text{mit } \pm \pi/4 \text{ entspr. } \hat{\varphi}_{\alpha\alpha} \gtrless 0. \quad 1)$$

Je nach Lage des Aufpunktes gibt es bis zu fünf innere Punkte stationärer Phase, wie eine graphische Darstellung von (5,2) zeigt, und stets zwei kritische Randpunkte $\hat{r} = H_r, \hat{\alpha} = 0$ bzw. $\hat{\alpha} = \pi$. Die Beiträge (5,3) und (5,4) liefern zusammen die gesuchte asymptotische Darstellung von (5,1).

$$(5,5) \quad U(X, Z) \sim \sum_{(\tilde{r}, \tilde{\alpha})} U_{\tilde{r}, \tilde{\alpha}} + \sum_{(\hat{r}, \hat{\alpha})} U_{\hat{r}, \hat{\alpha}}.$$

Da für $\lambda \rightarrow 0$, d. h. $k \rightarrow \infty$ oder hier $\kappa \rightarrow \infty$ die Wellenoptik in die geometrische Optik übergeht, lassen sich die Beiträge der inneren Punkte $U_{\tilde{r}, \tilde{\alpha}}$ geometrisch-optisch als Strahlbeiträge interpretieren. Denn nimmt man wie etwa E. WANDERSLEB [11] an, dass längs jedes Lichtstrahls eine bestimmte Lichtmenge transportiert wird, so ist die vom Strahl erzeugte Beleuchtungsstärke proportional dem Verhältnis von Flächenelement der Eintrittspupille $r dr d\alpha$ zu Flächenelement der Auffangebene $X dX d\alpha$, also gleich $r dr : X dX$. Die Gesamtintensität im Aufpunkt setzt sich dann aus den Anteilen der einzelnen Strahlen zusammen, welche den Aufpunkt treffen. Diese sind aber gerade gemäss (5,2) und dergeometrischen Bedeutung von φ bzw. L (s. Abschn. 1) durch $\tilde{r}, \tilde{\alpha}$ gegeben und ihre Anteile an der Beleuchtungsstärke berechnen sich dementsprechend zu

$$(5,6) \quad \left| \frac{r dr}{X dX} \right|_{\tilde{r}, \tilde{\alpha}} = \frac{r}{X dX/dr} \Big|_{\tilde{r}, \tilde{\alpha}} = \left| \frac{\hat{r}}{X(2Z + 12S\hat{r}^2 - 30T\hat{r}^4)} \right|,$$

(1) Unter $\hat{\varphi}$ bzw. $\hat{\varphi}$ usw. ist sinngemäss der an $\tilde{r}, \tilde{\alpha}$ bzw. $\hat{r}, \hat{\alpha}$ genommene Funktionswert zu verstehen.

was in erster Ordnung genau mit $|U_{r,\alpha}|^2$ übereinstimmt. Unsere Darstellung berücksichtigt also über die Vorstellungen der geometrischen Optik hinaus bei der Zusammensetzung der Strahlbeiträge noch ihre Phase und liefert in den Gliedern höherer Ordnung eine schrittweise Approximation der Wellenoptik. Ausserdem wird durch die Randbeiträge noch die Beugung an der Blende berücksichtigt.

Im Falle einer einstrahlenden Kugelwelle, $S=T=0$ ist die Entwicklung (5,5) bereits 1898 von K. SCHWARZSCHILD [12] aufgestellt worden. Leider hat diese Arbeit zu wenig Beachtung gefunden. Unsere Entwicklungen versagen ebenso wie die Aussagen der geometrischen Optik, wenn der Aufpunkt in die Nachbarschaft einer Kaustikfläche zu liegen kommt, d. h. wenn zwei Punkte stationärer Phase koinzidieren. Man kann dann aber die Beiträge der beiden benachbarten Punkte zu einem Beitrag zusammenfassen, welcher auf einen durch $\varphi_\alpha = 0$, $\varphi_{rr} = 0$ bestimmten Zwischenpunkt r^* , α^* bezogen ist. Mit der in [4] dargelegten Methode, insbesondere in Verallgemeinerung der Formeln (151) und (153) lässt sich dieser Beitrag durch die Airysche Integralfunktion ausdrücken.

$$(5,7) \quad U_{\tilde{r}_1, \tilde{\alpha}_1} + U_{\tilde{r}_2, \tilde{\alpha}_2} = U_{r^*, \alpha^*} = \frac{e^{-i(\kappa \varphi^* \pm \pi/4)}}{\sqrt{\frac{\pi}{2} \left| \varphi_{\alpha\alpha}^* \right| \kappa} \sqrt{\frac{1}{6} \left| \varphi_{rrr}^* \right| \kappa}} \left[r^* A(q) + O\left(\kappa^{-\frac{1}{3}}\right) \right]$$

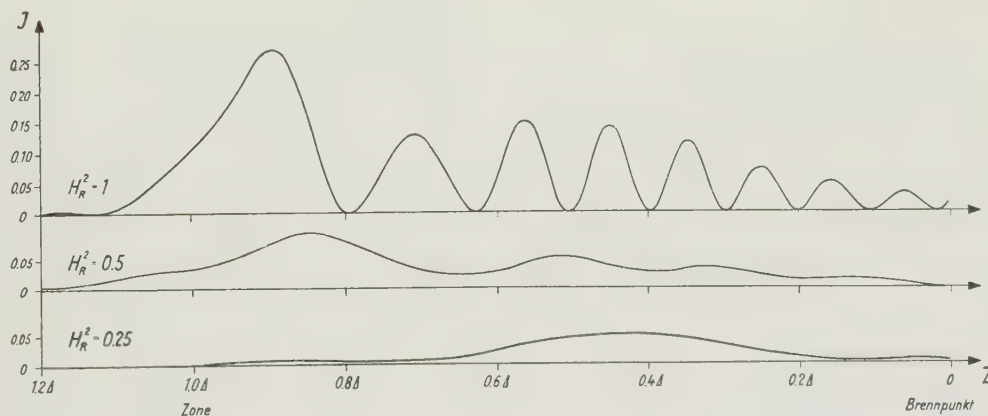


ABB. 1. — Die Intensitätsverteilung längs der optischen Achse des Tessar 1 : 2,8 bei voller Öffnung ($H_R = 1$) und abgeblendet auf 1 : 4 ($H_R^2 = 0,5$) und 1 : 5,6 ($H_R^2 = 0,25$).

mit $A(q)$ entspr. (3,4), $q = \frac{-\kappa \varphi_r^*}{\sqrt{\frac{1}{6} \kappa \varphi_{rrr}^*}}$, und

$\pm \pi/4$ entspr. $\varphi_{\alpha\alpha}^* > 0$, φ^* , usw. an r^* , α^* genommen.

Auf die Wiedergabe des zweiten Gliedes der Entwicklung, welches eine Abschätzung des asymptotischen

Verhaltens gestattet, soll hier ebenfalls verzichtet werden. Die numerischen Auswertungen haben gezeigt, dass die asymptotischen Entwicklungen (5,3), (5,4) bzw. (5,7) für achsenferne Aufpunkte $X > 20$ schon in erster Approximation eine gute Näherung liefern, dagegen näher der Achse schnell unbrauchbar werden, auch wenn man noch weitere Entwicklungsglieder berücksichtigen würde. Man verwendet dann das im 4. Abschnitt angegebene Verfahren.

6. Die Intensitätsverteilung in der axialen Kaustik des Tessar 1 : 2,8, 1931. Vergleich mit der experimentellen Untersuchung. — Als erstes Testobjektiv wählen wir ein Tessar 1 : 2,8, 1931, da für dieses umfangreiche experimentelle Untersuchungen von E. WANDERSLEB zu Vergleichszwecken vorliegen. Die Daten sind entsprechend [11], S. 68:

$$f = 52,5 \text{ mm}, \quad h_c = 9,15 \text{ mm}, \\ \Delta s_{\text{zone}} = -0,42 \text{ mm} \quad \text{für } \lambda_e = 546 \mu\mu.$$

Der Gang der sphärischen Längsaberration entspricht etwa einer zweigliedrigen Darstellung (2,2). Setzen wir die Bezugshöhe $h_o = h_c$, $H_c = 1$ so lauten die entsprechenden normierten Daten etwa:

$$\Delta = -75, \quad T = 100, \quad \Phi_{\text{max}} = -8 \lambda.$$

Der Objektpunkt liege im Unendlichen. Abbildung 1 zeigt die Lichtverteilung auf der optischen Achse bei voller Blende $H_R^2 = 1$ und bei Abblendung auf $H_R^2 = 0,5$ und $H_R^2 = 0,25$. Die aufgetragenen Inten-

sitäten sind absolut vergleichbar und entsprechend (2,12) normiert (Abb. 1). Bei voller Öffnung $H_R = 1$ zeigt sich bei $Z = 0,9 \Delta$ ein absolutes Intensitätsmaximum $J_{\text{max}} = 0,27$ (entspricht der Definitionshelligkeit) und nach dem Brennpunkt hin eine Anzahl schwächerer Nebenmaxima. Beim Abblenden verschiebt sich das Hauptmaximum nach dem Brennpunkt zu und die Nebenmaxima werden flacher, bei $H_R^2 = 0,25$ tritt

nur noch das Hauptmaximum wesentlich in Erscheinung. Abbildung 2 gibt nochmals gesondert den Wert von J_{\max} beim Abblenden wieder. Interessant ist das Ansteigen bei $H_R^2 = 0,84$, wo J_{\max} sogar absolut grösser ist als bei voller Öffnung. Betrachtet man J_{\max} relativ zum einfallenden Lichtstrom; so zeigt sich deutlich ein nochmaliges Ansteigen bei $H_R^2 = 0,25$ («kritische» Blende 1 : 5,6). Beim weiteren Abblenden verhält sich J_{\max} wie bei einem fehlerfreien Objektiv, die Bildverundeutlichung durch den Öffnungsfehler tritt nicht mehr wesentlich in Erscheinung.

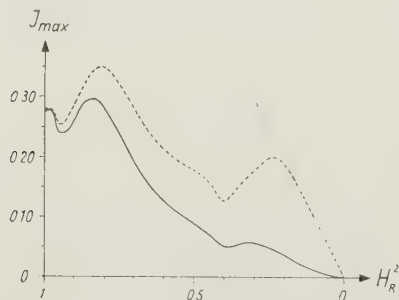


ABB. 2. — Der Wert des absoluten Intensitätsmaximums J_{\max} des Tessar 1 : 2,8 beim Abblenden (volle Öffnung auf $H_R = 1$ normiert).

— J_{\max} , ---- J_{\max}/H_R^2 , J_0/H_R^2 .

(J_0 = Brennpunktintensität des entsprechenden fehlerfreien Objektivs).

Nun zu der ausseraxialen Lichtverteilung. In Abbildung 3 ist die Intensität in sechs dem absoluten Intensitätsmaximum benachbarten Querschnitten $Z = 0,75 \Delta$ bis $Z = 1 \Delta$ für volle Blendenöffnung dargestellt. Um den grossen Helligkeitsumfang gut erfassen und bequem mit den Schwärzungen vergleichen zu können, sind die Intensitäten geeignet logarithmisch aufgetragen. Weiterhin ist die Intensität für die Blendenöffnung $H_R = 0,89$ angegeben, was einer Abblendung auf den Wanderslebschen kleinsten Bildkern entspricht. Tatsächlich ändert sich die Intensität im Bildkern, d. h. für etwa $x \leq 11\mu$ nicht merklich. Die Abblendung des Lichtstroms um 20 % geht also völlig auf Kosten des äusseren Lichtschleiers, so dass eine merkliche Kontraststeigerung eintreten müsste.

Wir wollen nun unsere theoretischen Ergebnisse mit den experimentellen Messungen von E. WANDERSLEB [11] vergleichen. Dazu haben wir die unseren Intensitätsquerschnitten entsprechenden Schwärzungsquerschnitte aus [11] herausgezeichnet und in Abbildung 4 zusammengestellt. Der Abszissenmassstab ist der gleiche wie in Abbildung 3. Die Ordinaten sind Schwärzungen, also etwa dem Logarithmus der Intensität proportional. Die vorhandenen Rotationsunsymmetrien sind beim Umzeichnen ausgemittelt worden. Weiterhin ist zu beachten, dass die Schwärzungsquerschnitte zum Teil verschiedenen Belichtungszeiten der fotografischen Schicht entsprechen. Bei 4 Sekun-

den Belichtung ist dann etwa eine richtige Wiedergabe der Lichtverteilung im Bildkern zu erwarten, während der äussere Lichtschleier kaum bildwirksam wird. Bei 8 Minuten Belichtung liegen die zentralen Lichtspitzen weit im Bereich der Überbelichtung und werden gegenüber dem jetzt stark betonten äusseren Ringgebiet nur abgeflacht wiedergegeben. Eine grosse experimentelle Schwierigkeit besteht in der genauen Bestimmung der Lage der Querschnitte. So gibt E. WANDERSLEB auf Grund einer nachträglich ausgeführten verfeinerten Hartmannschen Messung der sphärischen Zone eine Korrektur für die Lage einiger Querschnitte an [11], S. 72. Diese ist bei der Gegenüberstellung in Abbildung 4 berücksichtigt worden, da schon eine geringe Verschiebung der Querschnitte gegen die Sollage zu einer beträchtlichen Änderung in der Lichtverteilung führt. Vergleichen wir nun Abbildung 3 und Abbildung 4. Es fallen sofort die in Abbildung 3 stark ausgeprägten fast bis auf Null absinkenden Intensitätsminima auf, welche in den Schwärzungskurven nur andeutungsweise zum Ausdruck kommen. Das gilt vor allem für das erste und zweite Minimum. Ebenso treten die zentralen Lichtspitzen und das erste Nebenmaximum in den Schwärzungskurven wesentlich flacher in Erscheinung als in Abbildung 3. Der Grund hierfür ist einmal in der schon erwähnten eventuellen Über- bzw. Unterbelichtung und der dadurch bedingten Verzerrung des Schwärzungsmassstabes zu suchen, zum anderen aber in dem experimentell nicht realisierbaren Objektpunkt. E. WANDERSLEB verwendet als leuchtenden Objekt-«Punkt» ein durch eine Quecksilberhöchst-drucklampe beleuchtetes kreisförmiges Loch, dessen aberrationsfreies geometrisches Bild in der Brennebene des Objektivs einen Durchmesser von etwa 2μ hat. Wir können annehmen, dass von jedem Punkt des Loches ein kohärentes Strahlenbündel ausgeht, die Strahlenbündel der verschiedenen Punkte untereinander aber nicht interferieren. Dann summieren sich die von jedem Punkt des Loches erzeugten Intensitätsverteilungen in der Auffangebene, und nur diese Überlagerung ist experimentell zu beobachten. Führen wir diese Integration über das Objektloch auch theoretisch aus, so ergibt sich die in Abbildung 3 gestrichelt eingezeichnete Lichtverteilung. Erst diese ist im Grunde mit Abbildung 4 vergleichbar, und es zeigt sich eine sehr befriedigende Übereinstimmung mit dem Experiment. Die zentralen Lichtspitzen sind fast auf die Hälfte abgesunken (man beachte den logarithmischen Massstab) und das stark ausgeprägte erste Minimum und erste Nebenmaximum sind weitgehend ausgeglichen worden, wie es auch die Schwärzungskurven zeigen. Unter diesen Aspekten lässt sich auch Abbildung 1 mit dem Experiment vergleichen. Man wird also längs der Achse keine so stark ausgeprägten Maxima und bis auf Null absinkende Minima erwarten können. Die Achsenintensität ist von E. WANDERSLEB kontinuierlich nur visuell beobachtet worden [11], S. 86. Er findet das absolute Intensitätsmaximum bei $Z = 0,9 \Delta$, ein erstes Minimum bei $Z = 0,8 \Delta$, relativ hochliegend,

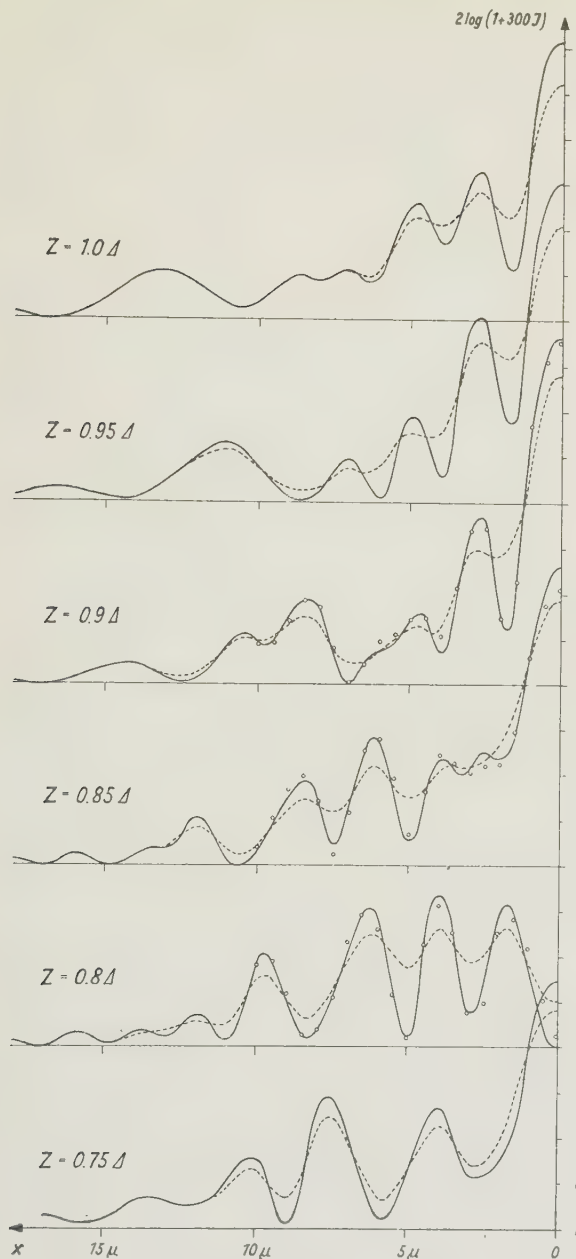


Abb. 3. — Die Lichtverteilung in einigen Querschnitten $Z = \text{const.}$ durch die axiale Kaustik des Tessar 1 : 2,8.

— bei voller Öffnung $H_R = 1$	} für einen idealen Objektpunkt
o o o abgeblendet auf $H_R = 0,89$	
- - bei voller Öffnung $H_R = 1$	für ein kreisförmiges Objekt, $2 \mu \varnothing$ bez.

Die Intensitäten sind logarithmisch aufgetragen.

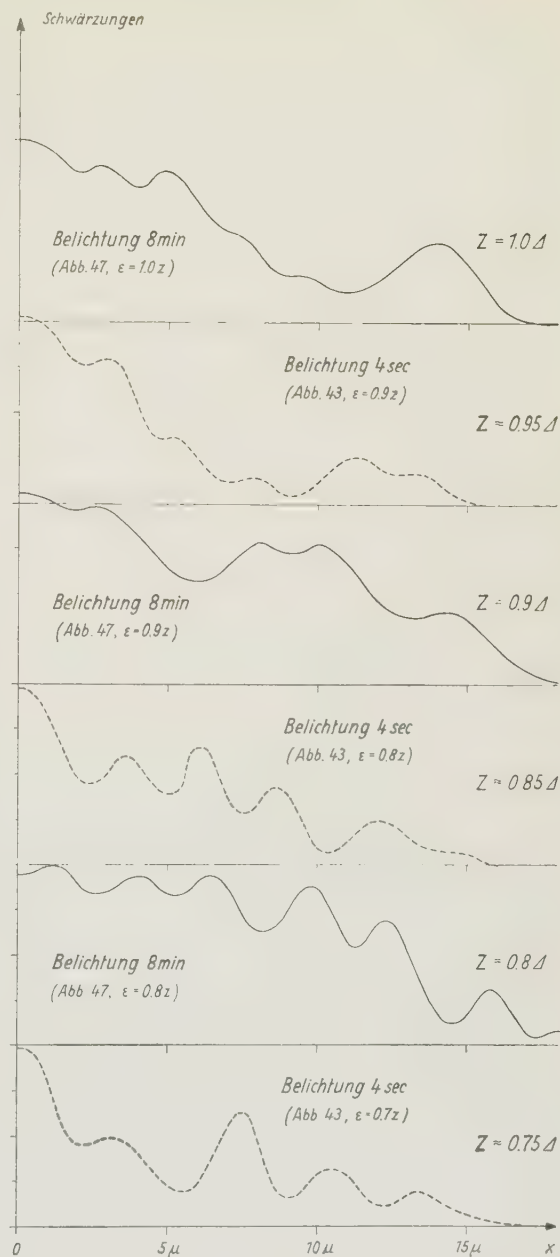


ABB. 4. — Experimentell bestimmte Lichtverteilung in der axialen Kaustik des Tessar 1 : 2,8 zum Vergleich mit Abb. 3, nach E. Wandersleb [11], Abb. 43 bzw. 47 (hierauf beziehen sich die Angaben in den Klammern). Die Kurven stellen die Schwärzungen der Mikroaufnahmen in den Querschnitten $Z = \text{const.}$ dar, — 8 min, --- 4 sec Belichtungszeit.

scheibchen beträgt sie bei $Z = 0,9 \Delta$ etwa 21 %, also das Doppelte der Wanderslebsschen experimentellen bzw. geometrisch-optischen Schätzung [11], S.87, dagegen sind seine Angaben über die Totalbeleuchtung im Bildkern etwas zu hoch. Vergleiche Abbildung 5.

Wo liegt nun die « beste » Einstellebene ? Die Ant-

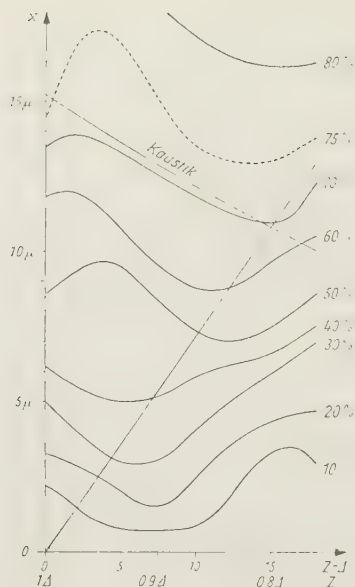


ABB. 5. — Die Totalbeleuchtung $B(x, Z)$ in der axialen Kaustik des Tessar 1 : 2,8 in Höhenliniendarstellung. Die angeschriebenen Zahlen geben B in Prozent an.

wort hängt weitgehend davon ab, was wir unter « beste » verstehen wollen. Soll die Achsenintensität einen möglichst grossen Wert annehmen, so folgt eindeutig $Z = 0,9 \Delta$, für diese Einstellebene ist auch die Totalbeleuchtung im innersten Beugungsscheibchen mit 21 % am grössten. Sieht man aber die Lichtintensität in den Ringen noch als bildaufbauend an, so verschiebt sich die « beste » Einstellebene nach dem Brennpunkt hin. Abbildung 5 zeigt die Totalbeleuchtung in Höhenliniendarstellung. Der 50 %-Bereich hat seine stärkste Einschnürung bei $Z = 0,85 \Delta$, der 70 %-Bereich bei $Z = 0,80 \Delta$, in dieser Einstellebene erhält der Bildkern $x \leq 11 \mu$ die grösstmögliche Totalbeleuchtung von 70 %. Dies stimmt genau mit der Lage des Wanderslebschen kleinsten Bildkerns überein. Blendet man auf $H_r = 0,89$ ab, so ändert sich, wie Abbildung 4 zeigt, die Intensität im Bildkern nicht wesentlich, seine Totalbeleuchtung steigt damit aber relativ auf 88 %, es gehen nur noch 12 % des Lichtstroms als Lichtschleier verloren.

7. Die Lichtverteilung in Abhängigkeit von der Grösse der sphärischen Zone. — Wir untersuchen nun eine Reihe von Objektiven mit sukzessive wachsender sphärischer Zone. Die Objektive haben alle das gleiche Öffnungsverhältnis und sind randstrahlkorrigiert. Abbildung 6 zeigt die Lichtverteilung auf der optischen Achse. Für $\Phi_{\max} = 0$ haben wir die bekannte zum Brennpunkt symmetrische Verteilung mit sehr schwachen Nebenmaxima. Schon bei kleiner sphärischer Zone, bzw. kleiner Wellenaberration wird die Verteilung merklich unsymmetrisch. Das Hauptmaximum liegt etwa bis $\Phi_{\max} = 2,4 \lambda$ bei $Z = 0,8 \Delta$ wird dann bei $4,8 \lambda$ beträchtlich breiter und wandert nach der « Zone » zu aus. Für 8λ liegt es etwa bei $Z = 0,9 \Delta$.

Die Grösse des Hauptmaximums (gleich Definitionsheelligkeit) nimmt mit wachsender Zone bis $\Phi_{\max} = 4,8 \lambda$ zunächst stark ab, bleibt dann etwa gleich und wird bei $6,4 \lambda$ sogar wieder etwas grösser, um dann erneut abzufallen. Demgegenüber treten die nach dem Brennpunkt zu gelegenen Nebenmaxima mit wachsendem Φ_{\max} stärker in Erscheinung. Bei $4,8 \lambda$ erreicht das erste Nebenmaximum fast die Grösse des Hauptmaximums, wird dann aber wieder kleiner.

In Abbildung 7 ist die Lichtverteilung jeweils im Querschnitt durch das Hauptmaximum dargestellt. Die zentrale Lichtspitze wird von einem komplizierten Ringsystem umgeben. Die Lage des ersten dunklen und ersten hellen Ringes ändert sich mit wachsender sphärischer Zone fast gar nicht, nur nimmt die Beleuchtungsstärke des ersten hellen Ringes wie auch der weiteren Ringe beträchtlich zu. Für $\Phi_{\max} = 4,8 \lambda$, für welches das Hauptmaximum mit wachsendem Φ_{\max} einen kleinsten Wert annahm, nimmt jetzt im Gegensatz die Intensität im ersten hellen Ring einen grössten Wert an. Im äusseren Ringsystem tritt mit einer Vergrösserung der Zone auch eine Strukturänderung ein. So verschmilzt von $\Phi_{\max} = 0$ bis $4,8 \lambda$ der zweite helle Ring völlig mit dem ersten. Über die mit wachsender Zone in das Ringsystem abfliessende Lichtenergie geben die angeschriebenen Werte der Totalbeleuchtung genaue Auskunft. Im innersten Beugungsscheibchen $X \leq 4$ sinkt die Totalbeleuchtung von 84 % auf 34 % bei 4λ und auf 22 % bei 8λ . Selbst in einem Zerstreuungskreis vom Radius $X = 20$ werden bei 4λ nur 86 % und bei 8λ nur 66 % der gesamten einstrahlenden Lichtenergie vereinigt.

In Abbildung 8 und 9 ist für $\Phi_{\max} = 2,4 \lambda$ und $4,8 \lambda$ noch die Lichtverteilung in der Umgebung des Hauptmaximums in Isophotendarstellung wiedergegeben. Während Abbildung 8 noch Ähnlichkeit mit der bekannten Isophotendarstellung für die fehlerfreie Abbildung zeigt [13], bringt in Abbildung 9 der Öffnungsfehler eine beträchtliche Strukturänderung. Abbildung 10 und 11 zeigen die dazugehörige Totalbeleuchtung ebenfalls in Höhenliniendarstellung. Hieraus lässt sich wieder eine Angabe über die « beste » Einstellebene ablesen. Im Falle $\Phi_{\max} = 2,4 \lambda$ liegen die engsten Einschnürungen aller Prozentbereiche der Totalbeleuchtung und damit auch die beste Einstellebene etwa bei $Z = 0,9 \Delta$. Bei $\Phi_{\max} = 4,8 \lambda$ liegen bis zum 50 %-Bereich die engsten Einschnürungen wie auch das Hauptmaximum etwa bei $0,9 \Delta$, dagegen für den 70 %- und 80 %-Bereich etwa bei $0,8 \Delta$. Die « beste » Einstellebene ist also zwischen beiden Werten zu suchen, je nachdem welchen Zerstreuungskreis man noch als bildaufbauend ansieht. Interessant ist, dass in beiden Fällen ebenso wie für $\Phi_{\max} = 8 \lambda$ (Abb. 5) der Wanderslebsche kleinste Bildkern, hier durch den Schnittpunkt der beiden Kaustikäste bestimmt, stets knapp 70 % Totalbeleuchtung erhält.

8. Zur Feinkorrektur des Öffnungsfehlers. — Wir wollen abschliessend noch zu der viel diskutierten

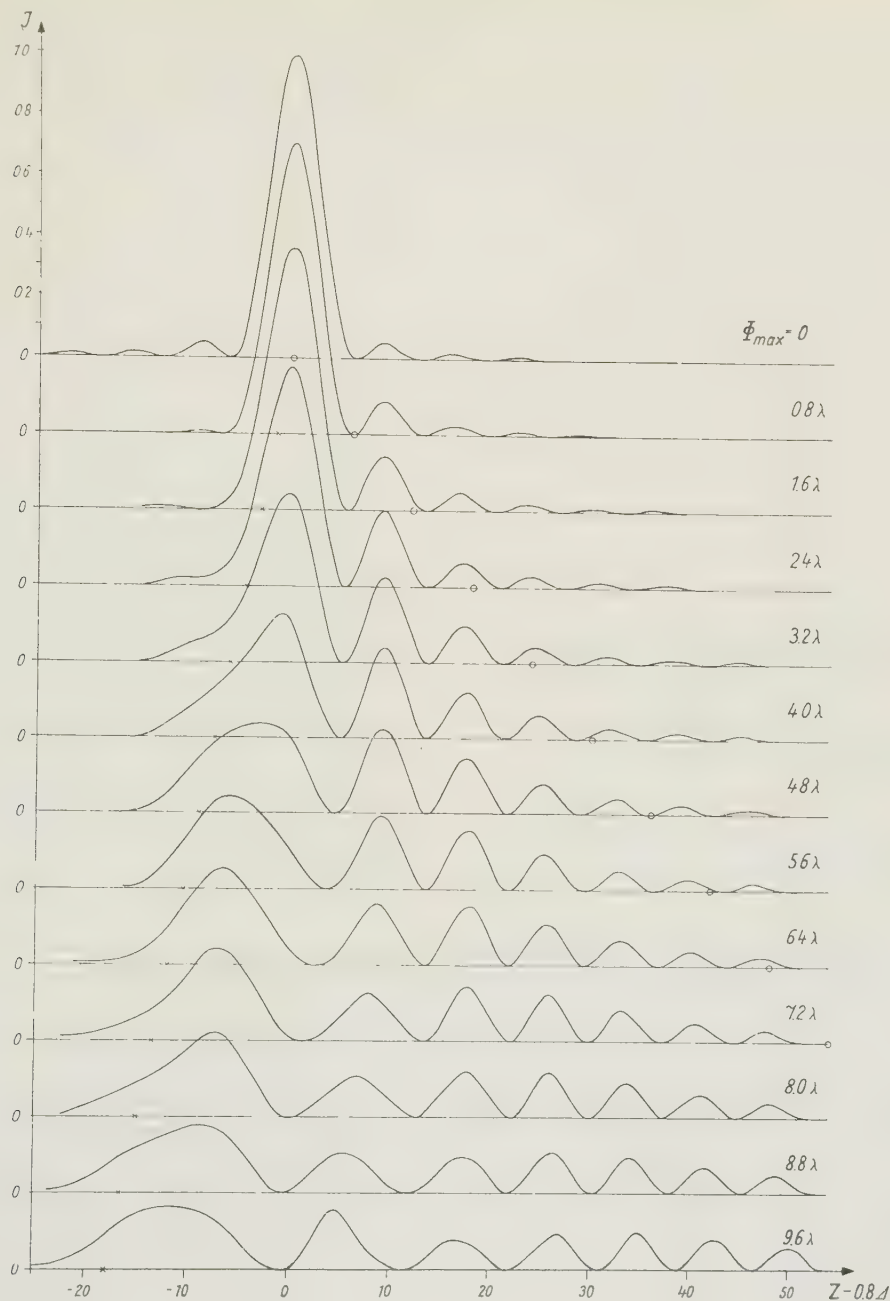


ABB. 6. — Die Intensitätsverteilung längs der optischen Achse bei sphärischer Wellenaberration $\Phi_{\max} = 0$ bis $9,6\lambda$ bzw. (normierter) sphärischer Zone $\Delta = 3\pi\Phi_{\max}/\lambda = 0$ bis 90 und Randstrahlkorrektur $H_R = H_c = 1$.
 \times Zonenstrahlschnittpunkt, \circ Brennpunkt.

Frage nach der optimalen Feinkorrektur des Öffnungsfehlers auf wellenoptischer Grundlage einen Beitrag geben. Bekanntlich ist durch den Objektivtyp der Koeffizient 5. Ordnung des Öffnungsfehlers T (Typenkoeffizient) weitgehend festgelegt, während die Lage des sphärisch korrigierten Strahls H_c ¹⁾ und die

Begrenzung der Öffnung H_R noch variabel sind. Wie ist also bei der Feinkorrektur H_c und H_R bei festem T zu wählen, um eine « optimale » Lichtverteilung zu erhalten?

Wir untersuchen als erstes ein Objektiv vom Öffnungsfehlertyp $T = 60$ für $h_o = h_r$, $H_R = 1$, das entspricht bei Randstrahlkorrektur $\Phi_{\max} = 4,8\lambda$. Etwa von diesem Typ ist das neue Tessar 1 : 2,8, 1947.

⁽¹⁾ Etwa mittels Durchbiegung der Linsen. Siehe z. B. [7], S. 154-59.

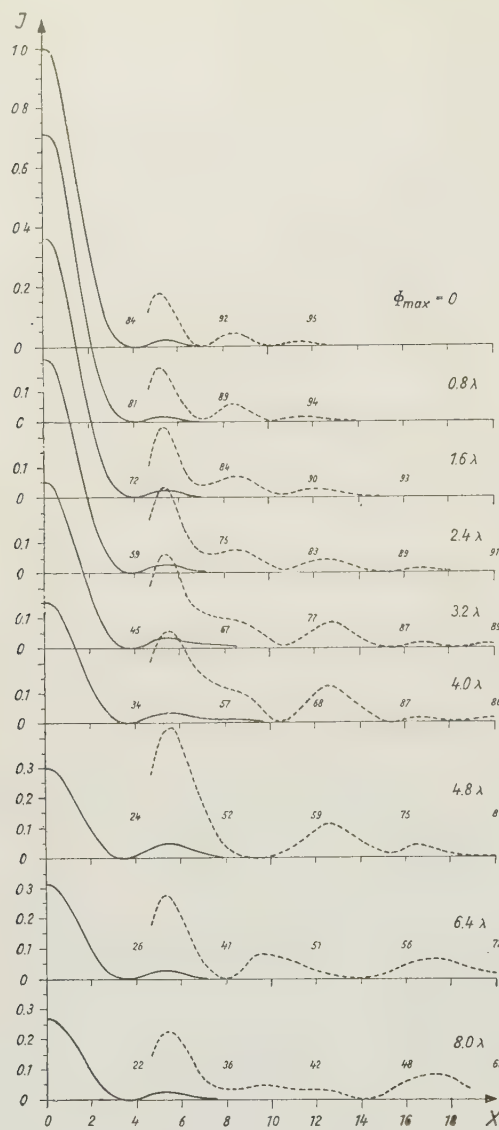


ABB. 7. — Die Intensitätsverteilung im Querschnitt durch das jeweilige Hauptmaximum (Abb. 6) bei sphärischer Wellenaberration $\Phi_{\max} = 0$ bis $8,0 \lambda$ und Randstrahlkorrektur $H_R = H_C = 1$. — J , - - - 10 J , die angeschriebenen Zahlen geben die jeweilige Totalbeleuchtung in Prozent an.

Wir lassen zunächst die Öffnung $H_R = 1$ fest und variieren nur die sphärische Korrektur H_C . Abbildung 12 zeigt die sich ergebende Verteilung der Totalbeleuchtung für Randstrahlkorrektur und je zwei Fälle sphärischer Randstrahlunter- bzw. -überkorrektur. Betrachten wir zunächst die 10 % bis 50 %-Bereiche. Mit dem Übergang von $h_R : h_C = 0,87$ zu $h_R : h_C = 1,21$ nimmt die Lichtkonzentration in den inneren Ringen merklich zu. Das ist auf Grund der durch die Korrektionsverschiebung bedingten Verkleinerung der Zone von $\Delta = -78$ zu $\Delta = -21$ leicht zu erklären. Fragen wir dagegen nach der grösstmöglichen Lichtkonzentration im Zerstreuungskreis $X \leq 20$, so ergibt

sich ein ganz anderes Bild. Bei $h_R : h_C = 1,21$ haben wir zwar für $X \leq 6$ die grösstmögliche Totalbeleuchtung von 50 %, die restlichen 50 % bilden aber einen so dünnen Lichtschleier, dass bis $X = 20$ noch nicht 70 % erreicht werden. Nach der Unterkorrektur zu

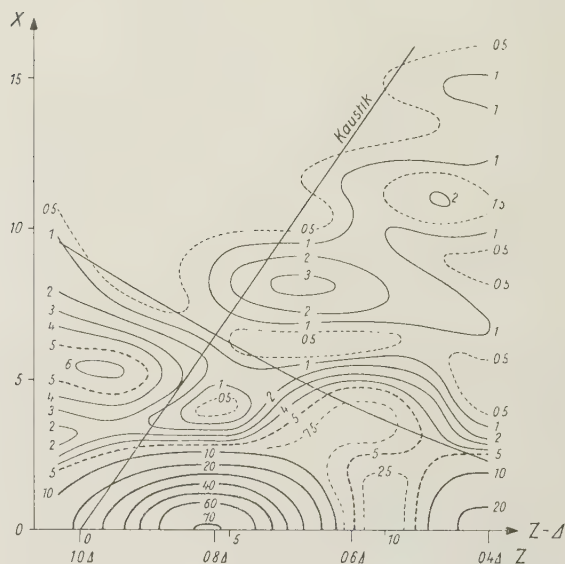


ABB. 8. — Isophotendarstellung im Meridianschnitt bei sphärischer Wellenaberration $\Phi_{\max} = 2,4 \lambda$ und Randstrahlkorrektur $H_R = H_C = 1$. Die Höhenlinien geben 100 J an.

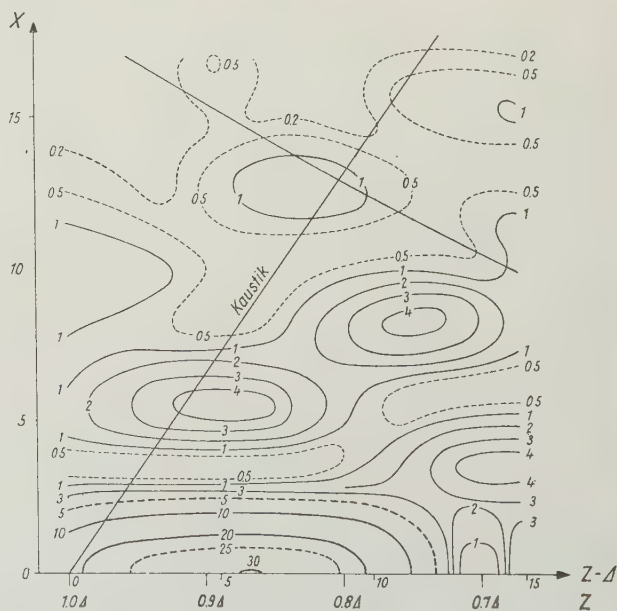
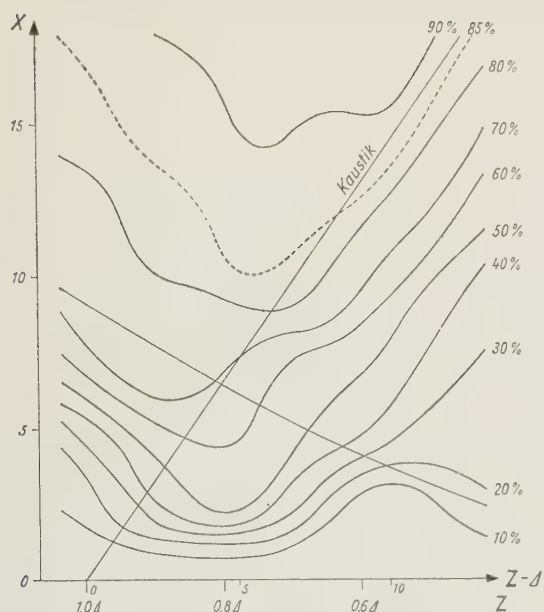
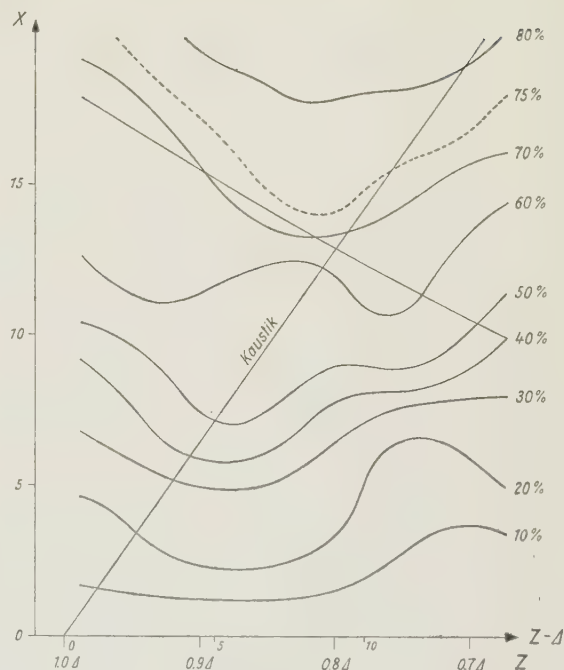


ABB. 9. — Isophotendarstellung wie Abb. 8, aber $\Phi_{\max} = 4,8 \lambda$.

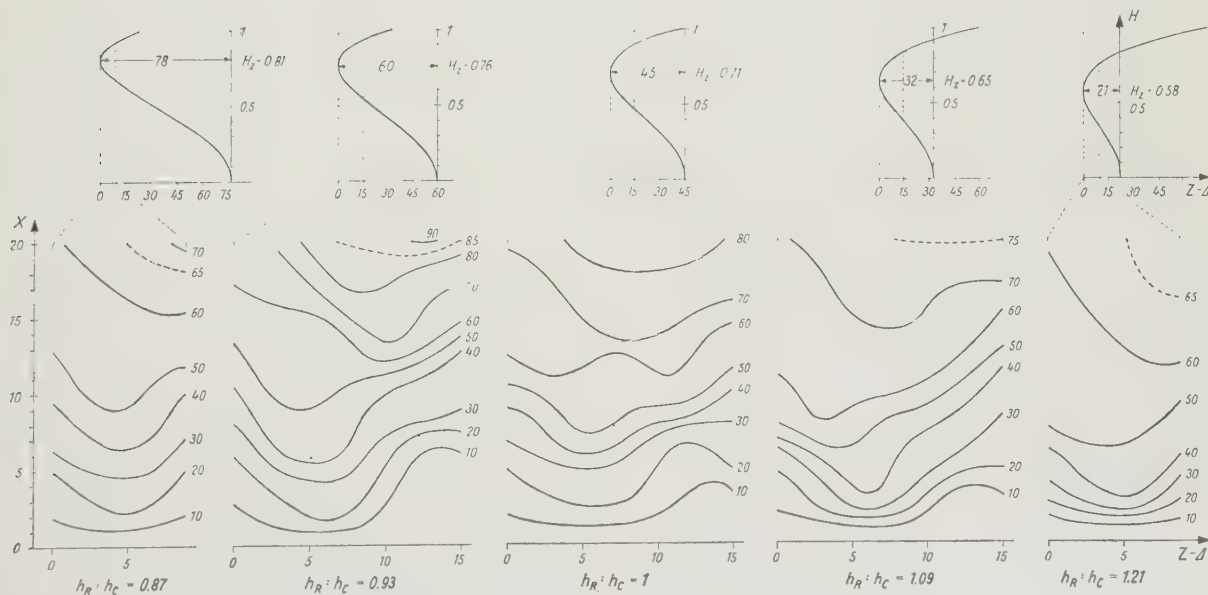
nimmt zwar die Lichtdichte in den inneren Bereichen ab, dagegen erfährt der äussere Schleier eine wesentliche Konzentration, so dass wir für $X = 20$ bei



АВВ. 10. — Totalbeleuchtung $B(X, Z)$ zu Abb. 8, $\Phi_{\max} = 2,4 \lambda$. Die Höhenlinien geben B in Prozent an.



АВВ. 11. — Totalbeleuchtung $B(X, Z)$ zu Abb. 9, $\Phi_{\max} = 4,8 \lambda$. Die Höhenlinien geben B in Prozent an.



АВВ. 12. — Die Totalbeleuchtung $B(X, Z)$ bei Verschiebung der Randstrahlkorrektur. Öffnung $H_R = 1$ fest, « Typenkoeffizient » $T = 60$ (normiert) fest. Entspricht für $h_R : h_C = 1$ einer Wellenaberration $\Phi_{\max} = 4,8 \lambda$. Die Höhenlinien geben B in Prozent an. Die darüber gesetzten Skizzen zeigen den jeweiligen Gang der sphärischen Längsaberration mit der sphärischen Zone Δ (normiert) und dem untersuchten Bereich.

$h_r : h_c = 0,93$ auf den optimalen Wert von 90% Totalbeleuchtung bei $Z - \Delta = 13$, d. h. etwa $Z = 0,8 \Delta$ kommen. Noch stärkere Unterkorrektur führt dann wieder zur Abnahme der Totalbeleuchtung.

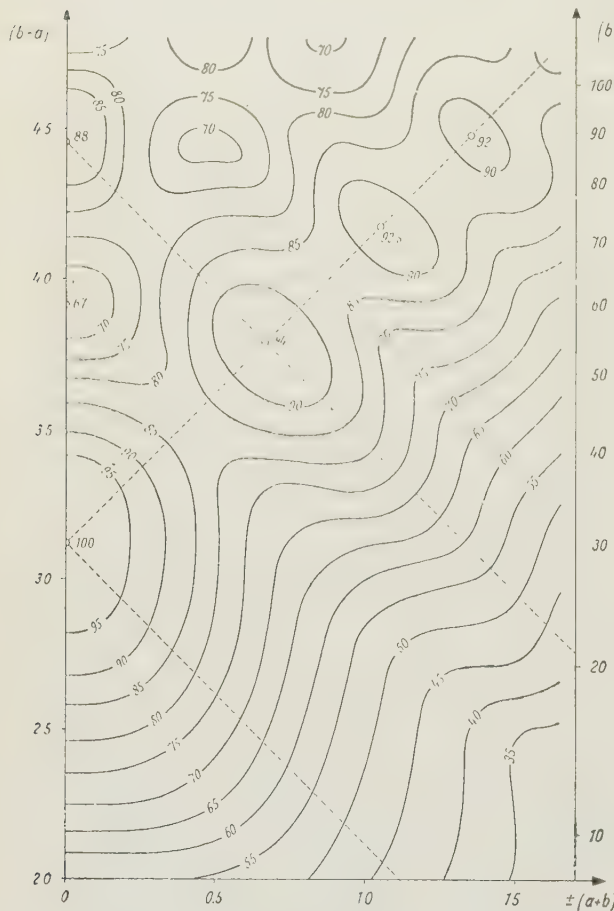


ABB. 13. — Das Intensitätsmaximum J_{\max} in Abhängigkeit von der Lage der sphärischen Korrektur H_c und der Öffnungsbegrenzung H_r bei festem « Typenkoeffizienten » T . Die Höhenlinien geben J_{\max} in Prozent seines absolut grössten Wertes $J_{\text{opt}} = 6,97 T^{2/3}$ an. Die Koordinaten sind :

$$b - a = H_r^2 \sqrt[3]{T}, \quad b + a = (1 - H_c^2/H_r^2) H_r^2 \sqrt[3]{T}$$

Längs der 45° - Linien $(b - a) - (b + a) = H_c^2 \sqrt[3]{T} = \text{const.}$ erfolgt reine Ablendung, längs der Horizontalen $b - a = H_r^2 \sqrt[3]{T} = \text{const.}$ reine Korrekturverschiebung, auf der Achse $a + b = 0$ herrscht Randkorrektur.

Beziehen wir nun auch die Frage nach der günstigsten Strahlbegrenzung mit in die Diskussion ein. Wir untersuchen zunächst das absolute Intensitätsmaximum J_{\max} in seiner Abhängigkeit von H_r und H_c bei festem T . Wie Abbildung 13 zeigt, nimmt J_{\max} für $H_r = H_c$, $H_r^6 T = 30,4$ einen absolut grössten Wert

an, nämlich $J_{\max} = J_{\text{opt}} = 6,97 T^{2/3}$. Will man also bei der optimalen Feinkorrektur der zentralen Lichtspitze J_{\max} einen grösstmöglichen Wert geben, so lautet die eindeutige Korrekturvorschrift auf natürliche Daten bezogen :

$$\frac{h_r^2}{f^2} \frac{\Delta s'_{\text{zone}}}{\lambda} = 7,25, \quad h_r = h_c.$$

Es wird also Randstrahlkorrektur gefordert. Aus der Höhenliniendarstellung der Abbildung 13 entnimmt man weiterhin, dass bei dieser Strahlbegrenzung eine Verschiebung der Randstrahlkorrektur zu einem starken Absinken der zentralen Lichtspitze führt. Das Gleiche gilt auch bei einer Vergrösserung der Öffnung. Die dann ebenfalls grösser werdende sphärische Zone bewirkt ein Abfließen der Lichtintensität aus dem Zentrum. Von $H_r^6 T = 60$ ab nimmt J_{\max} mit wachsender Öffnung aber nochmals zu und erreicht bei etwa $H_r^6 T = 90$ einen relativ grössten Wert mit $0,88 J_{\text{opt}}$. Bei der Öffnung $H_r^6 T = 54$ ist das Verhalten von J_{\max} bei Verschiebung der Randkorrektur bemerkenswert. J_{\max} steigt von $0,71 J_{\text{opt}}$ bei $H_r : H_c = 1$ auf $0,94 J_{\text{opt}}$ bei $1 - H_c^2/H_r^2 = \pm 0,176$ bzw. $H_r : H_c = 0,92$ oder $H_r : H_c = 1,1$ an.

Betrachten wir nun zu den diskutierten Korrekturzuständen die ausseraxiale Lichtverteilung. Abbildung 14 gibt jeweils für den Querschnitt durch die zentrale Lichtspitze die Intensitätsverteilung und die Totalbeleuchtung wieder. Die angeschriebenen H_r sind so normiert, dass J_{opt} für $H_r = 1$ angenommen wird. Die grösste Lichtkonzentration im innersten Beugungsscheibchen tritt zwischen $H_c^2 = H_r^2 = 1$ und $H_c^2 = H_r^2 = 0,87$ ein. Sie beträgt bei $H_r^2 = 0,87$ etwa 72% des einfallenden Lichtstromes.

Korrigiert man für kleinere Öffnungen, so tritt zwar die Wirkung des Öffnungsfehlers immer mehr zurück, die Totalbeleuchtung im ersten innersten Beugungsscheibchen nähert sich relativ den idealen 84%, nimmt aber absolut ab. Auch wird der Durchmesser des Beugungsscheibchens mit $1/H_r$ grösser. Korrigiert man für grössere Öffnungen, so sinkt die absolute Totalbeleuchtung im innersten Beugungsscheibchen bis $H_c^2 = H_r^2 = 1,5$ auf die Hälfte gegenüber $H_r^2 = 1$, auch in einem Zerstreuungskreis $X \ll 10$ nimmt sie noch ab. Erst im Zerstreuungskreis $X \ll 20$ kann man eine geringe Erhöhung der Totalbeleuchtung von $B = 0,9$ auf $B = 1,0$ feststellen, was relativ aber nur noch 67% entspricht gegenüber 90% bei $H_r^2 = 1$. Die Erhöhung der Lichtstärke kommt also hauptsächlich dem äusseren Lichtschleier zugute. Wesentlich günstigere Verhältnisse erhalten wir jetzt bei Randstrahlunterkorrektur $H_r^2 = 1,22$, $H_r : H_c = 0,92$. Mit der zentralen Lichtspitze hat auch die Beleuchtungsstärke im inneren Beugungsscheibchen zugenommen, und

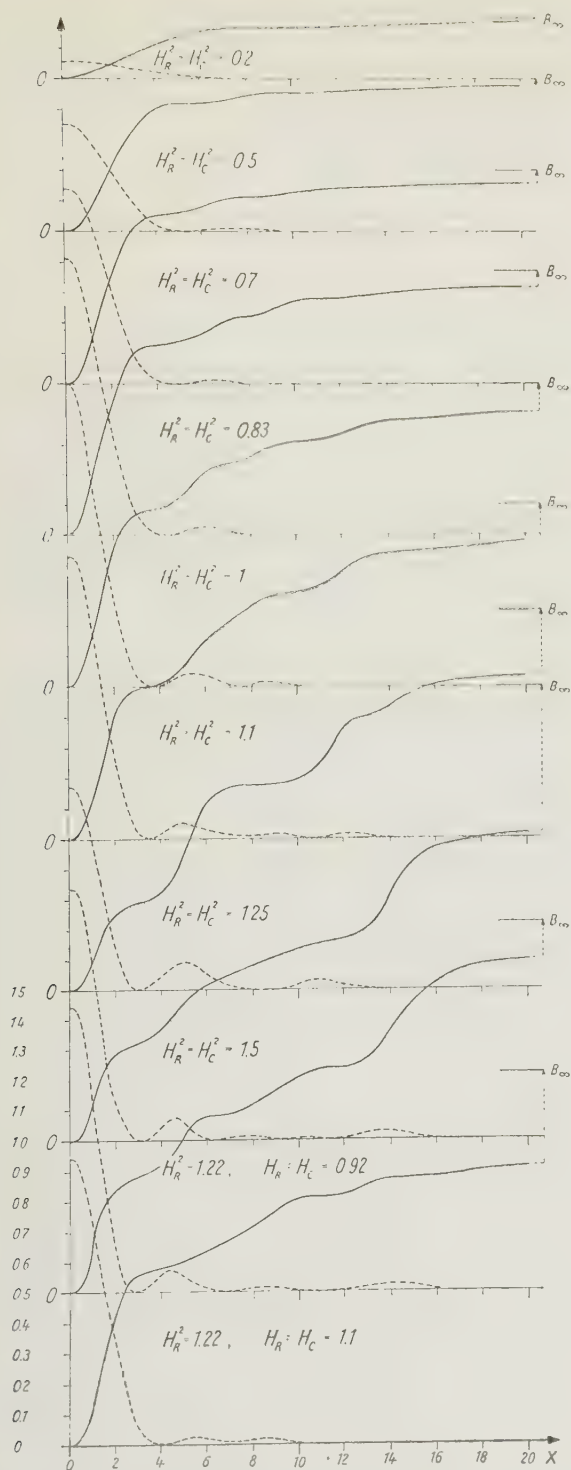


Abb. 14. — Die Intensitätsverteilung und Totalbeleuchtung in dem Querschnitt durch das Hauptmaximum für verschiedene Korrekturzustände des Öffnungsfehlers bei gleichem « Typenkoeffizienten » T . H ist so normiert, dass J_{\max} für $H_R=1$ seinen grössten Wert J_{opt} annimmt.

--- J_{\max}/J_{opt} , — $B(X, Z)$, absolut.

im Zerstreuungskreis $X \leq 20$ beträgt die Totalbeleuchtung $B = 1,1$, also absolut mehr als bei $H_R^2 = H_C^2 = 1,5$, obwohl die Blendenöffnung auf $H_R^2 = 1,22$ verkleinert worden ist. Auf den äusseren Lichtschleier entfallen etwa nur noch 10 %. Die entsprechende Randstrahlüberkorrektur $H_R^2 = 1,22$, $H_R : H_C = 1,1$, wirkt sich auf die Totalbeleuchtung in $X \leq 20$ ungünstig aus; der Schleieranteil steigt wieder auf über 25 % an. Blendet man diesen Korrekturtyp auf $H_R^2 = 1$ ab, so erhält man gerade den Fall $H_R^2 = H_C^2 = 1$. Vergleicht man beide Kurven der Totalbeleuchtung, so kann man kaum einen Unterschied feststellen, die Lichtverteilung im Bildkern $X \leq 20$ bleibt also unverändert, nur der äussere Lichtschleier wird weggeblendet. Sieht man also einen Zerstreuungskreis vom Radius $X = 20$ noch als bildaufbauend an, so ist die optimale Feinkorrektur etwa bei einer Öffnungsbegrenzung $H_R^2 = 1,22$ und einer Randstrahlunterkorrektur $H_R : H_C = 0,92$ in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Abbildung 12 zu suchen.

Zum Schluss anhand von Abbildung 14 noch eine Bemerkung zu einer These von E. WANDERSLEB [14], wonach man bei Fixsternaufnahmen mit einem Tessar 1 : 9 etwa 12 mal kürzer belichten könnte als mit einem Tessar 1 : 3,5. E. WANDERSLEB schliesst geometrisch-optisch, dass durch die Verkleinerung der Zone bei 1 : 9 gegenüber 1 : 3,5 eine 100 fache Lichtstrahlkonzentration im Bildkern eintritt, so dass trotz der Drosselung des Lichtstromes auf $1/7,5$ noch eine 13,5 fache Verstärkung der mittleren Beleuchtungsstärke im Bildkern resultiert. Hier trügen aber die geometrisch-optischen Vorstellungen völlig. Das Tessar 1 : 3,5 entspricht etwa unserem Fall $H_R^2 = 1,5$, das Tessar 1 : 9 dem Fall $H_R^2 = 0,2$. Bei letzterem hat das innere Beugungsscheibchen schon einen Durchmesser von $X = 9$ und nimmt die absolute Totalbeleuchtung $B = 0,17$ auf. Bei $H_R^2 = 1,5$ nimmt derselbe Kreis die Beleuchtungsstärke $B = 0,6$, oder das innere Beugungsscheibchen $X \leq 3$ immer noch $B = 0,32$ auf. Von einer grösseren absoluten Beleuchtungsstärke beim Tessar 1 : 9 kann also gar nicht die Rede sein. Die beste Objektivwahl wird bei unserem Fall $H_R^2 = H_C^2 = 0,87$ mit der Totalbeleuchtung $B = 0,63$ im inneren Beugungsscheibchen liegen, da es bei Fixsternaufnahmen vor allem auf die Beleuchtungsstärke im Zentrum ankommt.

Nachwort. — Der Verfasser dankt hiermit dem Direktor des Mathematischen Instituts, Professor Dr E. HÖLDER, durch dessen freundliche Unterstützung die Arbeit im Rahmen des Forschungsplanes des Institutes durchgeführt werden konnte, weiterhin seinem Mitarbeiter S. FISCHER und verschiedenen Studenten des Mathematischen Institutes für die Ausführung der schwierigen Rechnungen und Vermessungsingenieur F. FOCKE für die sorgfältige Anfertigung der graphischen Darstellungen.

LITERATURHINWEISE

- [1] WOLF, E., *Rep. Progr. Phys.*, 14, 1951, p. 95-120.
- [2] VAN KAMPEN, N. G., *Physica*, 14, 1949, p. 575-89, 16, 1950, p. 817-21.
- [3] WOLF, E., *J. O. S. A.*, 42, 1952, p. 547-52.
- [4] FOCKE, J., *Ber. Sächs. Akad. Wiss.*, 101, Heft 3, 1954.
- [5] DEBYE, P., *Ann. d. Phys.* (4), 30, 1909, p. 755 ff.
- [6] PICT, J., *Z. f. Phys.*, 65, 1930, p. 14 ff.
- [7] FOCKE, J., *Jenauer Jahrbuch*, 1953, p. 97-161.
- [8] BUDDEN, K. G., *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, 49, 1953, p. 574-77.
- [9] NIJBOER, B. R. A., *Thesis*, Groningen, 1942.
- [10] ZERNIKE, F., *Physica*, 1, 1934, p. 454-57.
- [11] WANDERSLEB, E., *Die Lichtverteilung in der axialen Kaustik eines mit sphärischer Aberration behafteten Objektives*, Berlin, 1952.
- [12] SCHWARZSCHILD, K., *Münch. Ber.*, 28, 1898, p. 271-94.
- [13] ZERNIKE, F. und NIJBOER, B. R. A., in *La Théorie des Images Optiques*, Paris, 1949.
- [14] WANDERSLEB, E., *Phys. Verhandl.*, 6, 1955, p. 117.

Manuscript reçu le 10 janvier 1956.

BIBLIOGRAPHIE

PICT, Johannes: *Mess- und Prüfmethoden der optischen Fertigung* Bd. I, 2. erw. Auflage, Akademie-Verlag, Berlin, 1955. 188 Seiten, 148 Abbild., geb. 23. — DM.

NEWTON, BESSEL, GAUSS, die ihre Linsen z. T. selbst geschliffen haben, und heute die optischen Werkstätten, sie alle waren und sind gezwungen, die optischen Einzelteile schon während der Herstellung immer wieder einer eingehenden Prüfung zu unterziehen. Jeder wendet sein eigenes Verfahren an, das er sich meist selbst ausgearbeitet hat. Das ist zum ganz wesentlichen Teil eine Folge der mangelnden Kommunikation auf diesem Gebiet. Es ist deswegen sehr begrüßenswert, wenn der Verfasser sich nunmehr der Aufgabe unterzogen hat, alle erreichbaren Methoden zusammenzustellen, sie in Bezug auf ihre Empfindlichkeit und Genauigkeit kritisch zu prüfen und die Literatur darüber anzugeben. Das Werk gliedert sich in drei Hauptabschnitte. Im ersten wird die Messung der Elementargrößen: Brechwert des Glases, Krümmungsradien von Flächen, Linsendicken abgehandelt. Der zweite Abschnitt befasst sich hauptsächlich mit Prüfverfahren für die Güte des Ausgangsmaterials und der Fertigung, z. B. der Politur und der beim Belegen erreichten Reflexminderung. Es liegt auf der Hand, dass sich für die Praxis die Begriffe "Messen"

und "Prüfen" nicht streng voneinander trennen lassen. Dadurch ist die Einordnung einer bestimmten Aufgabe in den ersten oder zweiten Abschnitt schwierig, und auch in der Behandlung jedes einzelnen Themas stehen Mess- und Prüfverfahren nebeneinander. Das ist indessen für den praktischen Wert des Buches kein Nachteil sondern eher ein Vorzug. Der dritte Abschnitt ist der Messung der Grundgrößen optischer Systeme gewidmet: Schnitt- und Brennweite, Apertur und Auflösungsvermögen. Bei diesem letzten Punkt erwartet man wohl einige Bemerkungen über den Begriff der "Bildgüte", die sehr häufig mit dem Auflösungsvermögen gleich gesetzt wird, obwohl der Zusammenhang zwischen beiden sehr viel verwickelter und heute auch noch nicht ganz klar ist. Es ist deswegen verständlich, dass der Verfasser sich dieser Frage gegenüber zurückhält.

Für den praktischen Optiker wird sich das Buch als unentbehrliches Nachschlagewerk erweisen, und es ist in hohem Grade erfreulich, dass die Orientierung über die Mess- und Prüfverfahren in der optischen Fertigung an Hand dieses Buches verhältnismässig einfach geworden ist. Dafür gebührt dem Verfasser besonderer Dank.

FRANKE.

A note on the coefficient of reflection for internally incident diffuse light

R. G. GIOVANELLI

Division of Physics, National Standards Laboratory,
Commonwealth Scientific and Industrial Research
Organization, Sydney.

SUMMARY. — *It is shown experimentally that for uniformly diffuse radiation incident internally on the surface of a medium of refractive index greater than unity, the reflectance is almost independent of the nature of the surface.*

Values of the diffuse reflectance are discussed for non-uniformly diffuse radiation incident internally on the surfaces of semi-infinite and plane parallel media subjected to different modes of illumination. Some confirmatory measurements are included.

SOMMAIRE. — *On montre expérimentalement que pour une radiation uniformément diffuse, tombant intérieurement sur la surface d'un milieu d'indice de réfraction plus grand que l'unité, la réflectance est à peu près indépendante de la nature de la surface.*
Des valeurs de la réflectance diffuse sont discutées pour des radiations non uniformément diffuses, tombant intérieurement sur des surfaces de milieux semis infinis et plans, soumis à différents modes d'éclairage. Quelques mesures confirmatives sont données.

ZUSAMMENFASSUNG. — *Es wird experimentell gezeigt, dass bei gleichmässig diffuser Strahlung, die von innen her auf die Oberfläche eines Mediums der Brechzahl $n > 1$ fällt, das Reflexionsvermögen von der Beschaffenheit der Oberfläche weitgehend unabhängig ist.*

Es werden Werte diskutiert für das diffuse Reflexionsvermögen bei ungleichmässig diffuser Strahlung, die bei verschiedenen Arten der Beleuchtung von innen her auf die Oberfläche eines halbumendlichen planparallelen Mediums fällt. Zur Bestätigung sind einige Messungen angegeben.

I. Introduction. — The coefficient of reflection for diffuse light internally incident on the surface separating two media of refractive indices N and unity, subsequently called the diffuse internal reflectance, is required in various problems concerning the total intensity of light in diffusing media. Its value depends on the angular distribution of the incident light.

JUDD [1] has computed from FRESNEL's laws the diffuse internal reflectance for uniformly diffuse radiation incident on an optically plane surface and has found, for example, that this is 0.596 and 0.650 for $N = 1.50$ and 1.60 respectively. On the other hand, measurements by RYDE and COOPER [2], PRESTON [3] and SAUNDERSON [4] of the reflectance for light incident internally on the surface of opal glass ($N = 1.50$) and opal plastic ($N = 1.59$) have yielded much lower values of about 0.4, the difference between these and the theoretical values being attributed to non-uniformity of the incident diffuse radiation. JUDD has also stated that the diffuse internal reflectance is sharply dependent on the degree of approach of the surface to a perfect plane, and that any departures will lower the value of the coefficient.

In view of these results, the diffuse internal reflectance is discussed here in some detail, particular attention being given to semi-infinite diffusers.

II. Uniformly diffuse radiation. — A simple relation exists between the diffuse internal and external reflectances for uniformly diffuse radiation incident on any surface.

Consider a constant temperature enclosure containing regions of refractive index unity and N . Then the intensities in the two regions are in the ratio $\frac{1}{N^2}$. Fur-

ther, the flux transmitted through a given area of surface must be the same in either direction. Hence the coefficient of transmission for uniformly diffuse radiation incident from the region of refractive index N is $\frac{1}{N^2}$ times the corresponding coefficient for radiation incident from the region of refractive index unity. Denoting the latter by \bar{J} , it follows that the external and internal reflectances for uniformly diffuse radiation, r_1 and r_N respectively, are given by

$$(2.1) \quad r_1 = 1 - \bar{J}, \quad r_N = 1 - \frac{\bar{J}}{N^2}$$

and so

$$(2.2) \quad r_N = 1 - \frac{1 - r_1}{N^2}.$$

An exact expression for \bar{J} has been given by WALSH [5] for polished surfaces, but for other types of surface \bar{J} requires experimental determination. However, \bar{J} cannot exceed unity, so that the lower limit to r_N is $1 - \frac{1}{N^2}$, no matter what the nature of the surface. For $N = 1.5$, this expression has the value 0.551.

To investigate the range of \bar{J} , r_1 , and r_N likely to be found in practice, two experimental arrangements have been used.

(a) A large integrating sphere is illuminated through a diffusing window in the wall. The surface to be tested is mounted at the centre of the sphere and rotated so as to be viewed at various angles to the normal through a second window. Measurements of the luminance of the surface and of the sphere wall enable r_1 to be obtained by numerical integration. To avoid internal reflection from the back of the sample, this

is coated with a black absorber of the same refractive index. The major limitation on the method is the presence of stray light in the photometer (an S. E. I. luminance meter), the magnitude varying with the angle subtended by the sample, and although corrections have been applied, there remain uncertainties of about ± 0.01 in r_1 .

(b) A polished hemisphere of hard crown optical glass, diameter 2 in., is mounted projecting into an integrating sphere with its base flush with the wall. A thin clear plate of almost the same refractive index, one of whose surfaces is to be tested for diffuse internal reflectance, has its other surface cemented onto the base of the hemisphere with an oil also of the same refractive index. A smaller hemisphere with a $\frac{3}{4}$ in. diameter open window is placed in contact with the surface to be tested, the luminance of its wall, which is proportional to the diffuse transmittance of the surface, $\frac{\bar{J}}{N^2}$, being measured with a Macbeth illuminometer. The value of $\frac{\bar{J}}{N^2}$ is best derived by comparison with the known value for a polished surface. The errors in $\frac{\bar{J}}{N^2}$ so obtained are not expected to exceed about ± 2 per cent.

Results obtained by method (a) on a polished glass surface, a surface ground with 220 carborundum and a figured window glass containing numerous hills are given in Table 1, together with results for similar but not identical samples obtained by method (b). The two sets of results are consistent to well within the limits of experimental error, and show that the diffuse internal reflectance of the ground surface is slightly higher than that of a polished surface or a figured window glass surface, the latter two showing no significant difference.

TABLE 1

Internal reflectance, r_N , for uniformly diffuse radiation

Surface	N	Method (a)		Method (b)		r_N (theoretical) for polished surface of same N
		r_1	r_N	\bar{J}	r_N	
Polished	1.508	0.089	0.600	—	—	0.601
Ground (220 carborundum).	1.512	0.133	0.621	0.881	0.615	0.603
Figured window glass	1.512	0.085	0.600	—	—	0.603
Figured window glass	1.517	—	—	0.903	0.608	0.606

III. — **Non uniformly diffuse radiation** (a) *Semi-infinite diffuser with a polished surface.* — If the radiation falling internally on a surface is non-uniform but symmetrical about the normal, the internal diffuse reflectance is

$$(3.1) \quad r = \frac{\int_0^1 I(\mu) \mu r(\mu) d\mu}{\int_0^1 I(\mu) \mu d\mu},$$

where $I(\mu)$ is the specific intensity at an angle to the normal whose cosine is μ and $r(\mu)$ is the reflectance for radiation incident in this direction.

If the surface is that of a diffusing medium, $I(\mu)$ depends on the way the medium is illuminated, on the phase function (which describes the angular distribution of singly scattered light), and on the optical thickness of the diffuser.

Consider a semi-infinite diffuser illuminated by collimated light of flux $\pi F_1(m)$ per unit area normal to the beam, at an angle to the normal whose cosine is m . The diffuse light falling internally on the surface is composed partly of radiation which has been previously reflected internally at the surface, and it has been shown [6] that the intensity in direction μ is given by the integral equation

$$(3.2) \quad I(\mu) = F_1(m) m t(m) R(\mu, \mu_0) + 2 \int_0^1 I(\mu_0) r(\mu_0) R(\mu, \mu_0) \mu_0 d\mu_0,$$

where $t(m)$ is the transmittance of the surface for the externally incident beam, and $R(\mu, \mu_0)$ is the coefficient of reflection of the semi-infinite diffuser in a direction μ for light incident in a direction μ_0 when the diffuser is in contact with a clear medium of refractive index N .

TABLE 2

Semi-infinite diffusing medium illuminated by normally incident radiation. N (matrix) = 1.5

ϖ_0	Isotropic		$\varpi_0 (1 + \cos \theta)$	
	r	\mathcal{R}	r	\mathcal{R}
1.000	0.595	1.000 0	0.595	1.000 0
0.999	0.599	0.841 4	0.600	0.810 7
0.995	0.603	0.691 0	0.606	0.639 2
0.990	0.606	0.602 0	0.610	0.541 8
0.975	0.613	0.468 5	0.619	0.400 3
0.950	0.617	0.361 2	0.630	0.293 6
0.925	0.621	0.300 8	0.638	0.235 5
0.900	0.624	0.260 0	0.645	0.197 5
0.800	0.632	0.172 0	0.671	0.120 6

r is the diffuse internal reflectance of the surface, and \mathcal{R} the reflectance of the semi-infinite diffuser (including the specular component) for light incident externally along the normal.

Equation (3.2) has been solved by replacing the integral by a quadrature formula, the interval of μ_0 from 0 to 1 being divided at the three points $\mu_j = 0.23, 0.667$ and 0.96 representing a Gaussian division with a weighting function μ_0 . In this way the intensities have been obtained for these three directions, and from these the diffuse internal reflectance computed from (3.1). The values for isotropic diffusers whose albedo

for single scattering is ϖ_0 , and for diffusers scattering according to a phase function $\varpi_0 (1 + \cos \theta)$, the matrix having in all cases a refractive index $N = 1.5$, are listed in Table 2 for several values of ϖ_0 , the external illumination being along the normal. The corresponding coefficients of external reflection R (including the specular component) of the semi-infinite diffusers are also listed in Table 2, and it will be seen that for a given R there is little variation of diffuse internal reflectance with phase function.

If a semi-infinite diffuser transmits light from deep within the medium, the intensity of scattered light incident on the surface in direction μ is similarly given by the equation

$$(3.3) \quad I(\mu) = I(0, \mu) + 2 \int_0^1 I(\mu_0) r(\mu_0) R(\mu, \mu_0) \mu_0 d\mu_0,$$

where $I(0, \mu)$ is the intensity when the diffuser is in contact with a clear medium of refractive index N . But CHANDRASEKHAR has shown [7] that for certain boundary conditions at infinity, to which $I(0, \mu)$ is unlikely to be sensitive,

$$I(0, \mu) = k H(\mu) \left\{ \frac{1 + x(1 - \varpi_0)\mu/k}{1 - k\mu} + \frac{c}{k} \right\},$$

where k is a constant depending on the transmitted flux per unit area, k is the root of the equation

$$1 = \frac{\varpi_0}{2k} \left[1 + \frac{x(1 - \varpi_0)}{k^2} \right] \log \left(\frac{1+k}{1-k} \right) - \frac{1}{k^2} x \varpi_0 (1 - \varpi_0),$$

and the other symbols are as defined and tabulated by Chandrasekhar. The diffuse internal reflectance for radiation whose intensity is given by (3.3) incident internally on the polished surface of a medium of refractive index 1.5 is listed in Table 3 for several values of ϖ_0 and for the above two phase functions.

TABLE 3

Semi-infinite diffusing medium whose surface is illuminated by radiation transmitted from deep within the medium. N (matrix) = 1.5

ϖ_0	Isotropic	$\varpi_0(1 + \cos \theta)$
	r	r
1.000	0.572	0.572
0.975	0.563	0.563
0.950	0.552	0.554
0.925	0.541	0.545
0.900	0.530	0.535
0.800	0.478	0.493

(b) *Measurements on semi-infinite and plane parallel diffusers.*—Direct measurements of the specific intensity distribution in diffusers can be made by oiling a glass hemisphere of the same refractive index onto the surface of the diffuser, and measuring the

luminance along a radius. The hemisphere interferes with internal reflections, but if the diameter be large enough and the hemispherical surface blackened except along a strip through which measurements are to be made, the intensity measured is proportional to that with the diffuser in contact with a clear medium of the same refractive index as the matrix. The method has been applied to thick (effectively semi-infinite) opal glass and opal perspex layers, prepared by oiling

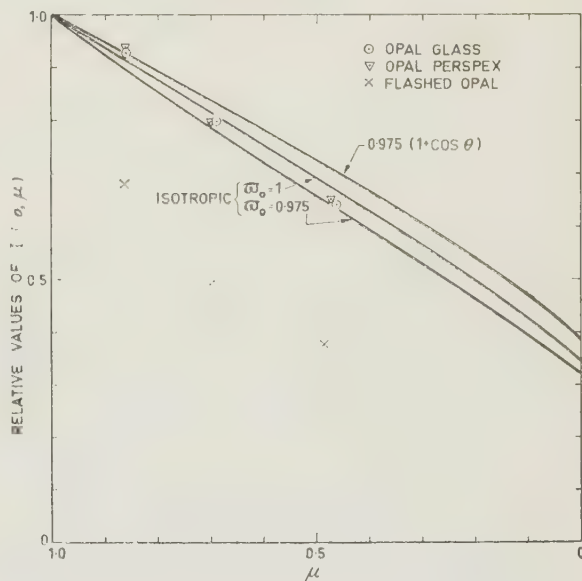


FIG. 1. — Angular distribution of diffused light passing through semi-infinite diffusers when the surface is in contact with a clear medium of the same refractive index as the matrix. Continuous curves are for three different phase functions. Individual points for opal glass and opal perspex are observational. Measured values are also given for a flashed opal glass, the exit surface being in contact with a clear medium of the same refractive index as the matrix; the flashed opal is too thin optically to be regarded as semi-infinite. All measurements are with respect to $I(0, \mu) = 1$ for $\mu = 1$.

together thinner sections until the diffuse transmission is less than 0.01. Fig. 1 shows results with transmitted radiation, together with plots of $I(0, \mu)$ for light transmitted through semi-infinite media having $\varpi_0 = 1$ and 0.975, and scattering isotropically or according to a phase function $\varpi_0(1 + \cos \theta)$. The measured and theoretical values are consistent to within the limits of experimental error. It may be inferred that the values in Tables 2 and 3 are also applicable to a wide range of real media.

Measurements have also been made on a sample of flashed opal glass. This is too thin optically to approximate to a semi-infinite medium, having a diffuse transmittance of 0.155, and the specific intensity shows a much stronger concentration towards the normal than in the case of light transmitted from deep within a semi-infinite diffuser. With the hemisphere removed, the specific intensity in the flashed opal

would be modified by internal reflections at the surface, so that the results of Figure 1 cannot be used directly for computing the diffuse internal reflectance. The value, however, will be appreciably lower than for semi-infinite media.

III. — **Discussion.** The above discussion confirms that the diffuse internal reflectance of a surface depends on the angular distribution of the radiation incident on it. For uniformly diffuse radiation, the value for any type of surface will be close to that for a plane polished surface, r_N .

For a semi-infinite medium having a polished surface, the diffuse internal reflectance is also close to r_N , no matter what the mode of illumination of the diffuser, provided the reflectance of the medium for externally incident radiation, ρ_R , is higher than about 0.5. If ρ_R is less than 0.5, the diffuse internal reflectance increases or decreases depending on whether the medium is illuminated externally or from deep within.

The effect of surface irregularities is to increase the surface transmittance for light incident at large angles to the normal, and to reduce it for light closer to the normal. The results in Table 1 show that surface

irregularities tend to increase slightly the internal diffuse reflectance for uniformly diffuse radiation, but for non-uniformly diffuse radiation the general trend will be for such irregularities to restore the diffuse internal reflectance towards r_N .

Values as low as those found by previous investigators have not been obtained here for uniformly diffuse radiation or for semi-infinite media, though with optically thin plane parallel diffusers having suitable phase functions and suitable illumination, considerably lower values can be expected.

REFERENCES

- [1] D. B. JUDD, *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, **29**, 1942, p. 329.
- [2] J. W. RYDE and B. S. COOPER, *Proc. Roy. Soc., A* **131**, 1931, p. 464.
- [3] J. S. PRESTON, *Proc. International Illumination Congress*, **1**, 1931, p. 375.
- [4] J. L. SAUNDERSON, *J. O. S. A.*, **32**, 1942, p. 727.
- [5] J. W. T. WALSH, Dept. Sci. Ind. Res (Gr. Brit.) Ill. Res. Com., Tech. paper No. 2, 1926, p. 10.
- [6] R. G. GIOVANELLI, *Opt. Acta*, **2**, 1955, p. 153.
- [7] S. CHANDRASEKHAR, « Radiative Transfer » Appendix III, 1950. Clarendon Press, Oxford.

Manuscript reçu le 17 mai 1956.

BIBLIOGRAPHIE

PICHT, Johannes, *Grundlagen der geometrisch-optischen Abbildungen*. VIII-187 S., 74 Abb., Gr.-8°. Ln. DM 25.30.

Das Buch ist Prof. BERÉK gewidmet, dem der Verfasser seine besondere Verehrung ausspricht. Diese innere Beziehung drückt sich auch in der Anlage des ganzen Werkes aus, das man als eine vielfach erweiterte und verbesserte Neuauflage des Berekschen Buches ansprechen kann. Das ist ein grosser Vorzug. Denn in dem Bemühen, unter allen Umständen einen anderen Weg zu beschreiten, gerät man allzu leicht auf einen schlechteren. Dieser Versuchung hat also der Verfasser widerstanden. Er hat seine Aufgabe vielmehr darin gesehen, die Lücken zu schliessen, die der Bereksche Entwurf noch offengelassen hat. So werden die theoretischen Betrachtungen wesentlich weiter geführt und vermitteln einen Einblick in die inneren Zusammenhänge der von verschiedenen Aus-

gangspunkten entwickelten Betrachtungsweisen, wie etwa zwischen dem Eikonal und der Seidelschen Theorie oder die verschiedenen Ableitungen der Sinusbefingung, um nur zwei Beispiele zu nennen. Darüber hinaus werden eine ganze Reihe neuer oder wenig bekannter Erkenntnisse mitgeteilt. Gegenüber dieser Bereicherung tritt die praktische Seite zurück. Es werden zwar im Anschluss an die Durchrechnungsformeln Schemen für die logarithmische Rechnung gegeben, aber bei den derzeitigen Möglichkeiten der Rechentechnik ist ihr Nutzen fraglich. Instruktiver wären wohl einige Beispiele zur Seidelschen Theorie gewesen, weil sie unvergleichlich viel mehr Aufschluss geben über die Wirkung der Durchbiegungen und des Aufbaues. Das Buch ist klar und gut lesbar geschrieben und dürfte jedem Fachgenossen ein willkommenes und oft benutztes Hilfsmittel werden.

FRANKE.

Radiolumineszenz als Lichtquelle konstanter Intensität

W. HANLE und I. KÜGLER

ZUSAMMENFASSUNG. — Die Herstellung von Lichtquellen durch Kombination eines radioaktiven Stoffes mit Leuchtstoffen wird diskutiert. Die Hauptschwierigkeit ist dabei die allmähliche Zerstörung des Leuchtstoffes durch die energiereiche Strahlung. Geeignete Kombinationen von Strahlern und Leuchtstoffen werden angegeben, mit denen man konstante Lichtquellen, allerdings von geringer Intensität, herstellen kann.

SUMMARY. — A study is made of the problem of establishing sources of light by the combination of a radioactive material with luminescent materials. The principal difficulty arises from the gradual destruction of the luminescent material by the high energy of the radiation. Combinations of radioactive and luminescent materials are given which make possible the establishment of sources of an intensity which is constant though rather weak.

SOMMAIRE. — On étudie le problème de la réalisation de sources lumineuses par combinaison d'un corps radioactif avec des substances luminescentes. La difficulté principale provient de la destruction progressive de la substance luminescente par le rayonnement à grande énergie.

On indique des combinaisons adéquates de corps radioactifs et de substances luminescentes permettant de réaliser des sources d'intensité constante quoiqu'assez faible.

Problemstellung. — Seit Jahrzehnten wendet man radioaktive Leuchtfarben, d. h. Gemische von Leuchtstoffen mit radioaktiven Substanzen, an [36]. Solange man allerdings nur über die in der Natur vorhandenen radioaktiven Stoffe als Strahlungsquellen verfügte, war man auch in ihrer Anwendung sehr beschränkt. Das wurde mit der Entdeckung der Uranspaltung und ihrer technischen Ausnutzung in den Kernreaktoren anders. In diesen fallen grosse Mengen radioaktiver Isotope an. Bisher konnte man sie wegen der Gefahr für die Menschen technisch nicht ausnutzen, vielmehr wurde der grösste Teil in tiefe Bergwerke oder auf den Grund des Meeres versenkt. Mit der Zeit wird man aber auch die Handhabung dieser stark strahlenden Abfallprodukte beherrschen lernen, und dann werden grosse Mengen radioaktiver Stoffe für die Technik zur Verfügung stehen.

Eine der Anwendungsmöglichkeiten ist die Erzeugung von Licht. Besonders β -Strahler in Kombination mit Leuchtschirmen dürften vielseitige Anwendung erlangen. Ob solche Kombinationen mit anderen Lichtquellen in der Beleuchtungstechnik konkurrieren können, mag dahingestellt bleiben. Eine Schwierigkeit ist die starke Zerstörung der Leuchtstoffe durch die Strahlung selbst. Daher kommt vermutlich diese Lichtquelle nur für spezielle Zwecke in Betracht.

Ein in Wissenschaft und Technik immer wiederkehrendes Problem ist die Realisierung einer konstanten Lichtquelle. Auf allen Gebieten wachsen die Ansprüche, die man an Normale stellt. Während es keine besonderen Schwierigkeiten macht, einen Radiosender mit einer auf Promille genauen Intensitäts- und Frequenzkonstanz zu bauen, muss man für eine konstante Lichtquelle einen sehr hohen Aufwand treiben.

Lichtquellen mit konstanter Intensität und spektraler Verteilung benützt man für Photometrie und Eichung anderer Lichtquellen, Prüfung von Photozellen, Belichtungsmessern und Photosekundärelektronenvielfachern (PSEV), sowie photographischer Schichten. Die früher als Normal dienende Hefnerkerze (HK)

ist als konstante Lichtquelle nur bedingt brauchbar. Sie erfordert die genaue Einhaltung verschiedener Betriebsbedingungen und gibt nahezu keine kurzwellige Strahlung.

Die Strahlung eines schwarzen Körpers von $1/60 \text{ cm}^2$ Fläche und 1770°C (Erstarrungspunkt von Platin), die neue Kerze (NK) [26], ist aber schwer zu realisieren. Geringeren Aufwand verursachen Metall- oder Kohlenfadenlampen, sie erfordern lediglich eine bestimmte, konstante Betriebsspannung. Ihre Emission lässt sich nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz berechnen. Aber ihre Emission im UV ist sehr gering. Vorwiegend in diesem Spektralbereich strahlen Gasentladungslampen, z. B. das viel verwendete UV-Normal nach KREFFT, RÖSSLER und RÜTTENAUER [28].

Für viele Zwecke scheiden Hefnerlampe, UV-Normal und Glühlampen wegen der Umständlichkeit oder dem Aufwand aus. Mitunter benötigt man eine Vergleichslichtquelle, deren Helligkeit um Zehnerpotenzen unter derjenigen der (üblichen) oben genannten Quellen liegt. Nur mit Schwierigkeiten lassen sich diese wellenlängenunabhängig schwächen [12]. Hier sind Leuchtstoffe, die durch radioaktive Strahler angeregt werden, ideal.

Radiolumineszenz. — Die Konstanz der Helligkeit wird von verschiedenen Faktoren beeinflusst, der Halbwertszeit des Strahlers und der Zerstörungsgeschwindigkeit sowie der Temperatur des Leuchtstoffes.

Selbstverständlich darf die Halbwertszeit nicht zu kurz sein. Bei Gemischen von Leuchtstoffen mit radioaktiven Substanzen verursacht die dauernde Einwirkung der Strahlung eine schnelle Zerstörung. Das gleiche gilt für Phosphore, die selbst radioaktiv sind, z. B. tritiumhaltiges Stilben [2]. (Tritium ist Wasserstoff der Massenzahl 3; es emittiert β -Strahlung von $5,7 \text{ keV}$ Quantenenergie). Eine getrennte Anordnung von Strahler und Leuchtstoff (Abb. 1) ist günstiger. Dabei muss der Abstand Präparat — Leuchtstoff konstant gehalten werden, deshalb ist eine feste Montage zweckmässig. Um eine unnötig

schnelle Zerstörung des Leuchtstoffes zu vermeiden, wird er in Betriebspausen durch einen geeigneten Absorber vor der Strahlung geschützt.

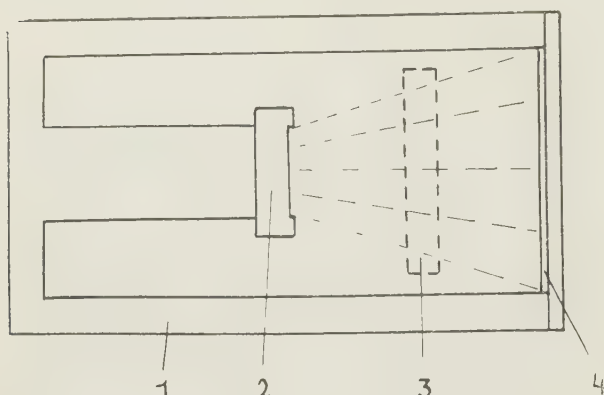


ABB. 1. — Radiolumineszenz-Lichtquelle.

Die Helligkeit ist viel geringer als bei den oben angeführten Lichtquellen, jedoch für viele Zwecke ausreichend. Das Spektrum hängt ganz vom verwendeten Leuchtstoff ab. Es besteht i. a. aus breiten Banden, die sich über einige hundert Å erstrecken, und liegt bei den gebräuchlichen Leuchtstoffen zwischen 3000 und 9000 Å, wie Abb. 2 zeigt.

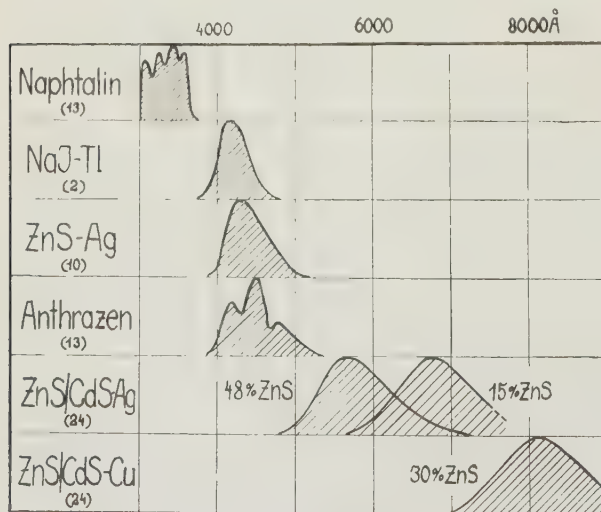


ABB. 2. — Emissionsspektren einiger Leuchtstoffe.

Die Lumineszenzintensität der Leuchtstoffe ist temperaturabhängig. Das Maximum der Ausbeute liegt gewöhnlich bei Temperaturen unter 290° K, so dass der Temperaturkoeffizient, d. i. die prozentuale Emissionsänderung für 1° Temperaturänderung, für Zimmertemperatur negativ wird (Abb. 3). Eine Ausnahme bilden z. B. ZnS-Cu (hexag.) [31], [8] ZnS/CdS-Cu (hexag.) [31] und $\text{CdB}_2\text{O}_5\text{-Mn}$ [13], die einen positiven Koeffizienten haben, sowie Stilben [32] und CdWO_4 [16], bei denen das Maximum der Ausbeute gerade bei Zimmertemperatur liegt und daher

der Temperaturkoeffizient Null ist. Die Lage der Maxima und der Verlauf der Temperaturabhängigkeit ist bei anorganischen Phosphoren weitgehend von der Vorbehandlung und der Kristallstruktur abhängig, so dass in der Literatur recht unterschiedliche Angaben für den gleichen Leuchtstoff zu finden sind. Einige gute Leuchtstoffe haben leider einen grossen Temperaturkoeffizienten, z. B. KJ-Tl -1,5 [42]. Bei den meisten Leuchtstoffen liegt er zwischen -0,1 und -0,8 [8], [25], [27], [30]. Man wird also eine Radiolumineszenz-Lichtquelle am besten bei konstanter Temperatur betreiben. Unter Umständen ist es aber vielleicht günstiger, den Temperaturkoeffizienten zu messen und beim Betrieb der Lichtquelle zu berücksichtigen.

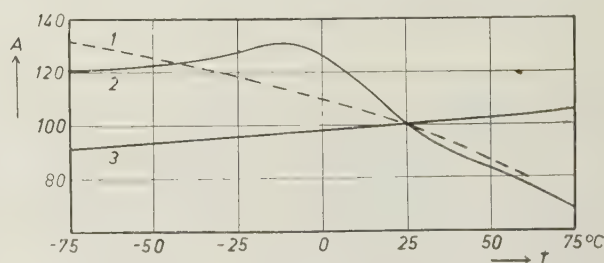


ABB. 3. — Relative Lumineszenzausbeute A als Funktion der Temperatur T. Ausbeute bei 25° C = 100. 1: ZnS-Cu (hexag.) [31], 2: ZnS-Ag (kubisch) [31], 3: Anthrazen [32].

Als Strahlenquellen eignen sich α -, β - und γ -Strahler. Die radioaktiven Isotope zerfallen streng exponentiell. Die Halbwertszeiten und damit die Zerfallskonstanten sind genau gemessen. Somit lässt sich der dadurch bedingte Intensitätsabfall rechnerisch berücksichtigen. Bei Verwendung von Isotopen, die beim Zerfall weitere radioaktive Stoffe bilden, wird es unübersichtlicher. Die Proportionalität zwischen Anregungsintensität und Lumineszenzlicht ist gewahrt, da bei den hier in Frage kommenden Aktivitäten noch keine Sättigung der angeregten Lumineszenz eintritt.

Anforderungen an den Leuchtstoff. — Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die Eigenschaften einer Anzahl gebräuchlicher Leuchtstoffe. Für den beabsichtigten Zweck werden an den Leuchtstoff folgende Forderungen gestellt [14]:

1. Die Absorption für die anregende Strahlung soll hoch sein. Das ist kein Problem bei α - und β -Teilchen, jedoch bei den stark durchdringenden γ -Strahlen; sie werden in organischen Stoffen wenig, in NaJ-Tl vergleichsweise stark absorbiert.

2. Die Energieausbeute soll möglichst hoch sein. Tabelle 1 zeigt in den Spalten 6 bis 8 die physikalische Ausbeute [24], d. i. das Verhältnis der Zahl der Photonen, multipliziert mit ihrer Energie, zur absorbierten Energie. Für die praktische Anwendung interessiert mehr die technische Ausbeute. Das Lumineszenzlicht erleidet im Phosphor Verluste durch Reflexion

TABELLE 1. — Eigenschaften verschiedener Leuchtstoffe

Spalte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
Leuchtstoff	Schwer- punkt des Emissions- spektrums in Å	Relative Lichtausbeute bei Anregung durch			Energieausbeute bei Anregung durch			Lichtaus- beute pro MeV	Energieaufwand eV/Photon	Trans- parenz	Güte des Kristalls	Herstellung	Bemerkungen				
		β	α	β	γ	α	γ(β)							weiche Röntg.	α	β(γ)	
Anthrazen ...	4 500	1,0							$\beta/p \approx 2$ $\beta/\alpha \approx 8$				gut	leicht			
Phenanthren	4 500	0,3	3,6	198	241	0,006	0,11		$\beta/\alpha \approx 8$ nicht const.	480	25		klar	sehr schwierig			
Dibenzyl	3 600	0,6											gut	leicht			
Terphenyl	4 100	0,65											gut	leicht			
Naphthalin	3 500	0,25	2,0	220	$\geq 1\ 000$	0,003	0,05	0,008	β/α nicht const.	960	64	0,05	gut	leicht			
Diphenyl	3 700		6,0	220	580	0,01	0,075	0,025	nicht const.	320	40		gut	leicht			
Stilben	3 700	0,6															
ZnS-Ag	4 500	2,0	100	100	100	0,28	0,14	0,20	$\beta/\alpha = 1$	10	20	80	gut	leicht			
ZnS-Cu	5 200		140		600	0,25	0,22	0,30		9,6	10,5	200					
ZnS/CdS-Cu	5 900		46			0,12				16	20	80					
ZnS/ZnSe-Ag	5 700		78			0,012				17	10	80					
CdS-Ag	7 600		7,0			0,23				7,5							
ZnO	5 500		13,5	130	130	0,02	0,11	0,08		110	21			schwierig			
Zn ₂ SiO ₄ -Mn	5 250					0,035				70							
CdBiO ₇	6 200					0,018				105							
CaWO ₄	4 300	1,0	6,3	52	72	0,17	0,08	0,04		160	34	100	gut	leicht			
MgWO ₄	4 900		6,4			0,17				145		100	gut	leicht			
CdWO ₄	5 200	2			1 700		0,07		$\beta/p = 1$ $\beta/\alpha = 1$ $\beta/p = 1$ $\beta/\alpha = 1$	200	49	sehr gut	sehr gut	leicht	hygroskopisch		
KBr-Tl	3 600		6,0														
NaJ-Tl	4 100	2															
KJ-Tl	4 100	0,5															
CaJ-Tl	weiss	1,5															
LiJ-Tl	blau-grün	1,0															
Plastic- Leuchtstoffe	Das Spektrum ist fast das gleiche wie bei dem verwendeten Leuchtstoff. Die Ausbeute beträgt für β und α-Anregung etwa 10 bis 40 %, verglichen mit dem reinen Leuchtstoffkristall.														leicht		In beliebiger Form und Grösse herstellbar
Literatur	—	21	24	24	24	23	23	17	21	23	23	23	21	21	21		

Erläuterung : Die Werte in dieser Zusammenstellung stammen aus Tabellen von vier verschiedenen Autoren. Es muss beim Vergleich der Angaben auf Folgendes geachtet werden :

Spalte 2 gibt die Lichtausbeute auf Anthracen = 1 bezogen. Die spektrale Empfindlichkeit des verwendeten PSEV vom Typ 5819 wurde nicht berücksichtigt. Dagegen geben die Spalten 3 bis 5 die Lichtausbeute unter Berücksichtigung der spektralen Empfindlichkeit, wobei die Ausbeute von ZnS-Ag jeweils 100 gesetzt wurde. Die Angaben in der Spalte 9 gelten für α- und β-Strahlen mit einer Quantenenergie von etwa 3 MeV. Die Werte in den Spalten 10 und 11 wurden durch Division der Quantenenergie der emittierten Strahlung durch die relative Energieausbeute (Spalten 6 und 7) erhalten. Die Transparenz (Spalte 12) ist in mg/cm² angegeben für den Fall, dass noch 10 % des erzeugten Lichts austreten können.

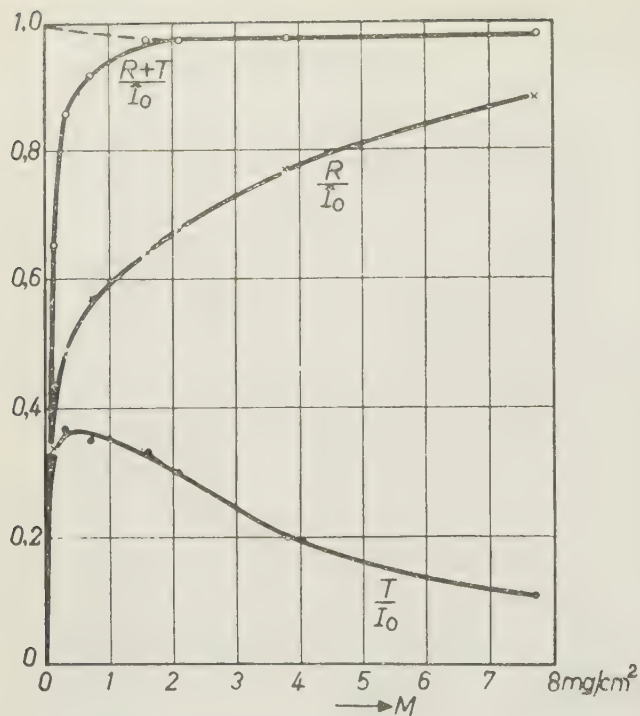


ABB. 4. — Strahlung eines Willemitschirms, bei 10 kV beschleunigender Spannung, an der Vorderseite (T), an der Rückseite (R) und insgesamt ($R + T$), in Abhängigkeit von der Schichtdicke M . Nach BRIL und KLASSENS [5].

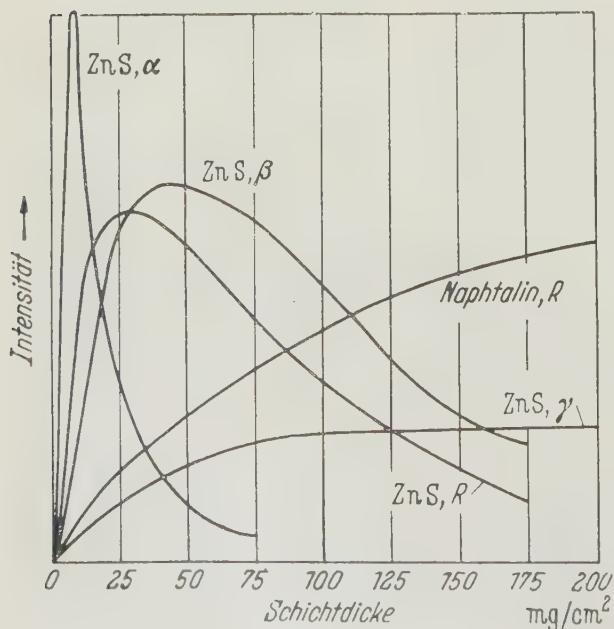


ABB. 5. — Abhängigkeit der Lichtintensität von der Schichtdicke (in mg/cm^2) bei Anregung von Zinksulfid und Naphthalin durch α -Teilchen (α), schnelle Elektronen (β), (γ) und Röntgenstrahlen. Aus HANLE: Der Szintillationszähler [13].

und Absorption. Der um diese Verluste verringerte Teil der physikalischen Ausbeute ist die technische Ausbeute. Um die technische Ausbeute zu erhöhen, könnte man die dem Strahler zugewandte Seite des Leuchtstoffes aluminisieren, wie es mit Erfolg bei Fernsehbirnen getan wird. Bei Anwendung von α -Strahlern müsste die Metallschicht äusserst dünn sein, damit nicht der Helligkeitsertrag durch Absorptionsverluste der α -Teilchen im Aluminium übertroffen wird. Bei feinkristallinen Substanzen wird das Lumineszenzlicht stark gestreut bzw. absorbiert. Es gibt dann eine optimale Schichtdicke, wie die Abb. 4 und 5 zeigen. Vorausgesetzt ist dabei, dass von der dem Strahler abgewendeten Seite beobachtet wird. Für α -Anregung ist die optimale Schichtdicke sehr gering, da diese Teilchen nur wenige μ tief eindringen. Anders ist dies bei β - und besonders bei γ -Anregung. Diese Strahlen ermöglichen die Verwendung von grossen Einkristallen oder Leuchtstoff-Plastic-Gemischen, bei denen die Verluste durch Streuung und Reflexion viel kleiner gehalten werden können.

3. Die Lumineszenzausbeute soll nur wenig von der Temperatur abhängen.

4. Die Zerstörung des Leuchtstoffes soll möglichst klein sein. Soweit bekannt, wird jeder Leuchtstoff mit der Zeit durch die energiereiche Strahlung verändert, wobei im allgemeinen die Lumineszenz ausbeute verringert wird. In den meisten Fällen folgt die Zerstörung

dem Gesetz $\frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + CN}$, wobei I_0 die Anfangs-

und I die jeweils gemessene Intensität, N die Zahl der pro Flächeneinheit absorbierten Teilchen (Quanten) bedeuten. Die Zerstörungskonstante C ist ein Mass für die Zerstörungsgeschwindigkeit. $1/C$ ist die Teilchenzahl, welche eine Abnahme der Energieausbeute auf die Hälfte bewirkt. C hängt vom Material und der verwendeten Strahlung ab. Tabelle 2 gibt eine Übersicht über die Grösse der Konstanten C . Abb. 6 zeigt die Zerstörung von einigen anorganischen Leuchtstoffen. Aufgetragen ist das Verhältnis der Lumineszenzintensitäten nach und vor der Zerstörung in Abhängigkeit von der Zahl der auftreffenden α -Teilchen. Für Elektronenbeschuss erhält man ganz ähnliche Kurven [37]. Für die Zerstörung von Anthrazen durch α -Teilchen erwies sich das oben stehende Gesetz als gültig [4]. Die Zerstörungsgeschwindigkeit ist auch von den Versuchsbedingungen abhängig. So werden Leuchtstoffe in Luft schneller zerstört als im Vakuum und kleine Kristalle schneller als grosse [31], [37]. Man fand für α -Beschuss, dass gut leuchtende Kristalle schneller zerstört werden als schlecht leuchtende, der Zerstörungsgrad nur von der Zahl der absorbierten Teilchen abhängt und dass die Zerstörung in keinem Falle einem Exponentialgesetz folgt [7]. Die Zerstörungskonstante einer Anzahl anorganischer Leuchtstoffe wächst in folgender Reihenfolge: CaWO_4 , (MgWO_4) , Zn_2SiO_4 , ZnS [4], [15], [37].

Verschiedene Autoren haben die Zerstörung von Anthrazen durch Elektronen gemessen (Tabelle 2).

TABELLE 2. — Zerstörungsgeschwindigkeit von Leuchtstoffen

Leuchtstoff	Zerstörende Strahlung	Quanten-energie in keV	Zerstörungs-konstante $C \cdot 10^{14} \text{ cm}^2$	Literatur
Anthrazen	α -Teilchen	5 000	1 000	3
Anthrazen	β -Teilchen	600	15	eigene Messung
Anthrazen	Elektronen	50	5	19
Anthrazen	H-Ionen	17	200..600	15
ZnS-Ag	α -Teilchen	5 000	4	6
ZnS-Ag	Elektronen	4..16	$6..40 \cdot 10^{-7}$	38
ZnS-Ag	H-Ionen	25	45	35
CdS-Kristall	α -Teilchen	5 000	28	6
CdS-Cu	Elektronen		$3,6 \cdot 10^{-5}$	38
ZnF ₂	Elektronen		0,08	37
Zn ₂ SiO ₄ -Mn	α -Teilchen	5 000	0,5	6
Zn ₂ SiO ₄ -Mn	Elektronen		$3 \cdot 10^{-7}$	38
CaWO ₄	α -Teilchen	5 000	< 0,005	6
CaWO ₄	H-Ionen	10	0,35	15
Stilben in Polystyrol	Elektronen	50	1,8	20
Hydrochinondicarbonsäurediäthyl-ester kristallin	Elektronen	50	9	20
— in Polystyrol	Elektronen	50	$0,2..0,8$	20
Diphenylbutadien in Polystyrol	Elektronen	50	$1,6..2,4$	20
Pyren in Polystyrol	Elektronen	50	1	20

Dabei zeigte sich, dass die Zerstörungskonstante von der Energie der Teilchen abhängt. Für die viel härtere β -Strahlung ist die Zerstörungskonstante anders als für Kathodenstrahlen von z. B. 50 keV. Ein Anthrazenkristall von $2 \times 10 \times 20 \text{ mm}^3$ wurde 72 Tage lang der Strahlung von 5 Millicurie Strontium 90 ausgesetzt.

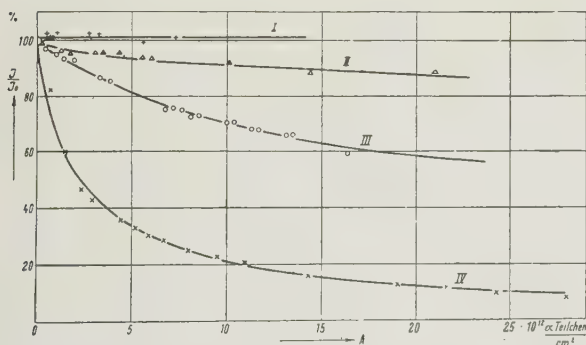


ABB. 6. — Abnahme der Lumineszenz als Folge der Bestrahlung mit α -Strahlen. CaWO_4 (I), Zn_2SiO_4 (II), ZnS-Cu und ZnS-Ag (III), CdS-Kristalle (IV). Nach BROSER und KALLMANN [6].

Das Betaspektrum des Strontiums reicht bis 610 keV. Der Abstand betrug 30 mm. Der Kristall wurde also von $1,6 \times 10^6$ Elektronen pro Sekunde und cm^2 getroffen. Ein geringer Teil der langsameren Elektronen wird allerdings von der Luft absorbiert. Die auf diese Weise gemessene Zerstörungskonstante ist trotzdem von Interesse, da eine konstante Lichtquelle unter den gleichen Umständen betrieben wird. Etwa alle 7 Tage wurde die Lumineszenzintensität mit der eines gleich grossen, aber unbestrahlten Anthrazenkristalls verglichen. Beide wurden aus dem gleichen Abstand von der β -Strahlung des Sr 90 angeregt. Abb. 7 zeigt das Ergebnis. Es ist dort $\frac{I_0}{I}$ als Funktion von N (Zahl der

aufgetroffenen Elektronen) aufgetragen. Man erhält eine Gerade, es gilt also hier das Zerstörungsgesetz

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + CN}$$

Die Konstante C ergab sich zu $15 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$. Am Ende der Bestrahlungszeit war die Intensität

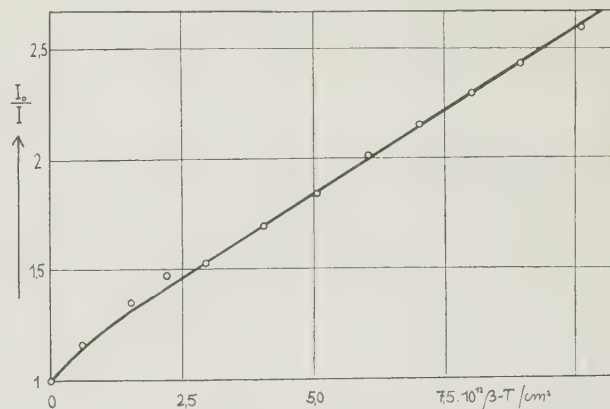


ABB. 7. — Zerstörung von Anthrazen durch β -Teilchen.

unter die Hälfte der Anfangsintensität gesunken. Eine Verfärbung oder Trübung war nicht beobachtbar.

Man sieht die Ursache für die sogen. Zerstörung heute darin, dass durch die Einwirkung der Teilchen Fehlstellen gebildet werden, welche als Haftstellen wirken, an denen die Anregungsenergie durch einen Mechanismus verloren geht, auf den wir hier nicht näher eingehen wollen [18]. In besonderen Fällen tritt auch Verfärbung auf (z. B. bei Alkalihalogeniden), wodurch das Lumineszenzlicht absorbiert und damit ebenfalls geschwächt wird [34]. Eine Trübung durch energiereiche Strahlung erfolgt in der Regel erst bei viel höheren Dosen.

Präparierung der Leuchtstoffe. — Leuchtschirme kann man auf verschiedene Weise herstellen. Entweder man verreibt die lumineszierende Substanz mit dem Klebstoff und streicht diese Paste auf den Schirm. Oder man bestreicht den Schirm mit dem Klebstoff allein, streut das Leuchtstoffpulver darauf und klopft den Überschuss ab. Als Klebemittel eignen sich alkoholische Schellacklösung, mit Xylol verdünnter Kanadabalsam, Zaponlack oder auch Wasserglas. Leuchtschirme von Kathodenstrahlröhren werden oft so hergestellt, dass man das Kristallpulver bei 500°C in die Glasoberfläche einsintert. Besonders gleichmässige und feinkörnige Schirme erhält man, wenn man die lumineszierende Substanz in Alkohol, dem eventuell etwas Bindemittel (Phosphorsäure) zugesetzt ist, aufschwemmt und die Suspension auf den Schirm aufgiesst. Nach dem Absetzen des Leuchtstoffs wird der Alkohol abgehebert, der Rest verdunstet [1].

Die Herstellung von grossen Einkristallen ist schwierig und zeitraubend. In Westdeutschland stellt Dr. K. KORTH (Kiel) gute anorganische Einkristalle her, in den USA verschiedene Firmen, z. B. Harshaw Scientific (Ohio) auch Anthrazenkrystalle.

Neben feinkristallinen Leuchtschirmen und durchsichtigen Einkristallen finden feste Lösungen von Leuchtstoffen in den letzten Jahren wachsendes Interesse. Als « Lösungsmittel » dienen Kunststoffe (Plastics) wie Polystyrol, Polyvinyltoluol und andere. In diese Kunststoffe werden vorwiegend organische Leuchtstoffe eingelagert, z. B. Anthrazen, Tetraphenylbutadien, Diphenyloxazol, Stilben. Die Herstellung ist auf verschiedene Weise möglich: Zum einen kann man die geschmolzenen Polymerisate mit den Leuchtstoffen mischen [41], zum anderen Pulver beider Stoffe unter Einwirkung von Hitze und Druck vereinigen [11]. Ferner ist es möglich, Leuchtstoffe und Polymerisate in geeigneten Lösungsmitteln gemeinsam zu lösen und Folien daraus zu giessen. Die besten Resultate liefert i. a. die vierte Methode: Der Leuchtstoff wird vor der Polymerisation im Monomer gelöst (bzw. suspendiert) und die Lösung polymerisiert. Man erreicht damit höhere Leuchtstoffkonzentrationen und bessere Lichtausbeute als bei den vorher genannten Verfahren [9] [29]. Die Plastic-Leuchtstoffe bieten gegenüber den reinen Kristallen mehrere Vorteile. Sie sind leichter und in viel grösseren Exemplaren herzustellen, gegen Wasser, Alkohol, Säuren und Basen beständig und besitzen einen niedrigen Dampfdruck und einen grossen elektrischen Widerstand. Von den oben genannten Lösungsmitteln ist Styrol am besten geeignet.

W. L. BUCK und R. K. SWANK [9] beschreiben ausführlich die Herstellung von Plastic-Leuchtstoffen. Sie gehen von reinsten Substanzen aus. Das benutzte Monomer wurde mehrfach vacuumdestilliert. Die Leuchtstoffe werden mit dem Monomer in Glasampullen gefüllt und im Vacuum unter Wärmeeinwirkung einige Tage polymerisiert. Die fertigen Proben können

beliebig bearbeitet werden. Wir erzeugten auf ähnliche Weise Plastic-Leuchtstoffe, verwendeten jedoch technisches Styrol. Das Anthrazen wurde chromatographisch gereinigt, da schon geringste Spuren von Napht-hazen die Anthrazenlumineszenz in ihre eigene überführen, wobei die Ausbeute sinkt. Einige Schwierigkeiten verursachen Gasbläschen im Polymerisat. Polymerisiert wurde bei 110°C innerhalb 25 Tagen. Über den Zusammenhang zwischen Polymerisationsgrad, -dauer und -temperatur siehe HOUWINCK [22]. Die Lichtausbeute der Plastic-Leuchtstoffe erreicht höchstens 40 % derjenigen der reinen Leuchtstoffe. Ihre leichte Herstellbarkeit erschliesst ihnen aber weite Anwendungsgebiete. Es ist auch gelungen, Schwermetallverbindungen (z. B. ZnS), welche wegen ihres grossen Absorptionsvermögens besonders für γ -Strahlung geeignet sind, in Kunststoffen einzulagern [39].

Messung der Lichtausbeute an einigen Leuchtstoffen. — Als Strahlenquellen dienten Po 210 (α) und Sr 90 (β) bekannter Aktivität. Verglichen wurden Anthrazenkrystalle, Anthrazen in Polystyrol, Schirme aus ZnS-Ag, ZnO-Zn, CaWO₄ und ZnS/CdS-Ag (Röntgenschirme). Der Abstand zwischen Strahler und Leuchtstoff betrug bei α -Anregung 21 mm, bei β -Anregung 81 mm. Die Lumineszenz der Leuchtstoffkrystalle und -Schirme wurde von der dem Strahler zugewandten Seite gemessen. Nach einer neuen Arbeit ist es möglich, feinkristalline Durchsichtleuchtschirme so zu aluminisieren, dass die technische Ausbeute dieser Schirme die gleiche Grösse erreicht wie die Ausbeute der dickeren Aufsichtschirme [10]. Bei der Anordnung nach Abb. 1 könnte man also die gleiche Ausbeute erreichen wie bei den hier erfolgten Messungen. Dies gilt allerdings nicht für α -Anregung.

TABELLE 3. — Messung der Ausbeute einiger Leuchtschirme

Leuchtstoff	Anregungsart	Technische Ausbeute	
		Watt Millicurie	%
Anthrazenkrystall.	α	0,05	0,5
—	β	0,1	8
ZnS/CdS-Ag (Röntgenschirm)	α	bis 1,7	bis 19
—	β	bis 0,07	bis 6

Die Messwerte wurden so umgerechnet, als ob der Leuchtstoff den Strahler halbkugelförmig umgäbe und damit die Hälfte der nach allen Seiten ausgesandten α -bzw. β -Strahlung erfasst würde. Das Lumineszenzlicht wurde mit einem RCA-Vervielfacher vom Typ 6217 gemessen. Seine Empfindlichkeit in $\mu\text{A}/\mu\text{W}$ für 4358 Å und 5461 Å wurde mit Hilfe eines UV-Standards und kontrollierten Monochromatfiltern nachgemessen. In Tabelle 3 ist in Spalte 3 die Ausbeute in μWatt pro Millicurie angegeben, also ohne Rücksicht darauf, dass die Energie der α -Teilchen wesentlich grösser ist

TABELLE 4. — Geeignete Strahler-Leuchtstoff-Kombinationen

Strahler	Halbwertszeit	Emission	Benützte Strahlung	Leuchtstoff	Schwerpunkt der Emission	Helligkeit	Wertung : Z = Zerstörung, HZ = Halbwertszeit
Po 210	139 d	α	α	ZnS-Ag	4 500	sehr gut	nur in feinkristalliner Schicht Z : stark
				ZnS-Cu	5 200	sehr gut	nur in feinkristalliner Schicht Z : stark
				ZnS/CdS-Cu	5 900	sehr gut	nur in feinkristalliner Schicht Z : stark
				CdS-Ag	7 600	ziemlich gut	Spektrum ist sehr langwellig Z : stark
Ra	1 622 a	α, β, γ	α	wie bei Po 210	siehe oben	mässig	anwendbare Aktivität begrenzt : HZ : sehr gross Leuchtstoffe leicht herzustellen : HZ : sehr gross
			β	wie bei Co 60	siehe unten	sehr gut	
Sr 90	19,9 a	β	β	Anthrazen	4 500	sehr gut	Leuchtstoff leicht herzustellen Z : stark
				ZnS-Ag	4 500	sehr gut	nur in feinkristalliner Schicht Z : schwach
				ZnS/CdS-Cu	5 900	sehr gut	nur in feinkristalliner Schicht Z : schwach
				KJ-Tl	4 100	gut	Leuchtstoff leicht herzustellen Z : schwach
Tl 204	2,7 a	β	β	Stilben	3 700	gut	Leuchtstoff leicht herzustellen Z : stark
				Terphenyl	4 100	gut	Leuchtstoff leicht herzustellen Z : stark
				CaWO ₄	4 900	ziemlich gut	Leuchtschirm leicht herzustellen Z : sehr schwach
				Plastic-Leuchtstoffe	3 000-6 000	ziemlich gut	Leicht und billig herzustellen und zu bearbeiten Z : mässig
Cs 137	33 a	β, γ	β, γ	wie bei Sr 90	siehe oben	siehe oben	Der Strahler besitzt eine grosse Halbwertszeit
Co 60	5,2 a	β, γ	γ	NaJ-Tl	4 100	sehr gut	Der Strahler ist preiswert, seine HZ : günstig ; Z : schwach Die Leuchtstoffe sind leicht, billig und in grossen Stücken herstellbar und gut zu bearbeiten
				Plastic-Leuchtstoffe	3 000-6 000	ziemlich gut	

als die Energie der β -Teilchen. Dagegen gibt die Spalte 4 die Energieausbeute in % an.)*

Den Optiker interessiert mehr eine Helligkeitsangabe in Lumen. 1 μ Watt entspricht 0,694 millilumen für Licht einer Wellenlänge von 5550 Å [27]. Ist die Wellenlänge grösser oder geringer, so ist dieser Faktor kleiner, gemäss der Verteilung der spektralen Empfindlichkeit des menschlichen Auges. Mit 20 Millicurie Sr 90 (handelsübliche Quelle) kann man nach obigen Messungen bei einem guten Leuchtstoff etwa 50 μ Watt Lichtenergie, also 0,03 Lumen, erzeugen.

In der Tabelle 3 sind nicht alle Messungen angeführt. Diejenigen Leuchtstoffe, deren Ausbeute hier geringer war als nach den Messungen anderer Autoren (Tab. 1), wurden weggelassen. Die Ausbeute hängt eben stark von der Aktivorkonzentration und der Vorbehandlung des Leuchtstoffs ab.

An dieser Stelle interessiert eine Betrachtung der Wirtschaftlichkeit einer radioaktiven Lichtquelle. 1 Curie Sr 90 stellt einen Energievorrat von 0,6 kWh dar. Mit dieser Strahlungsenergie kann man im günstigsten Falle eine Lichtmenge erzeugen (etwa

bei Verwendung von ZnS-Cu mit einer technischen Lichtausbeute von 10 % und der Emission im Bereich der grössten Augenempfindlichkeit), für deren Herstellung mittels Glühlampen man 2 kWh aufwenden müsste. Selbst bei dem optimistischen Preis von nur 50 Dollar pro Curie Strontium 90 ist damit das Lumineszenzlicht noch fast 1000 mal so teuer wie Glühlampenlicht.

Kombinationen von radioaktiven Strahlern mit Leuchtstoffen. — Folgende Kombinationen scheinen am besten geeignet :

1. Mit α -Strahlern : Polonium 210 mit ZnS- oder ZnS/CdS-Schirm. Vorteile : Einfache Herstellung, gute Ausbeute, keine störende γ -Strahlung.

Nachteile : Der Strahler besitzt eine Halbwertszeit von nur 130 Tagen. Nach seiner Erneuerung muss die Lichtquelle wieder geeicht werden.

2. Mit β -Strahlern : a) in getrennter Anordnung von Strahler und Leuchtstoff : Strontium 90 mit Anthrazenkristall, CaWO₄- oder ZnS/ZnSe- oder ZnS/CdS-Schirm. Vorteile : Die Halbwertszeit dieses Strahlers ist rund 60 mal so gross wie diejenige von Po 210, der Preis ist günstig. γ -Strahlung tritt nahezu

(*) Im Falle der α -Anregung wurde berücksichtigt, dass die α -Teilchen nach Durchlaufen von 21 mm Luft 43,5 % ihrer Anfangsenergie (5,3 MeV) verloren haben.

nicht auf, die β -Strahlung lässt sich leicht abschirmen. CaWO_4 wird durch Elektronen äusserst langsam, Anthrazen allerdings schneller zerstört als Zinksulfid durch α -Teilchen.

b) Mischung eines Strahlers mit dem Leuchtstoff: Tritium-haltiger Kunststoff mit eingelagerten Zinksulfidkristallen.

c) Als radioaktive Verbindung ist tritiumhaltiges Stilben geeignet. Vorteile: bei a) und b): Die Anordnung ist sehr einfach, der Strahler besitzt eine günstige Halbwertszeit (12 Jahre).

Nachteile: Die Strahlung wirkt dauernd auf den Leuchtstoff ein und zerstört ihn allmählich. Solche tritiumhaltigen Lichtquellen mit einer Leuchtdichte bis zu 8 Microstilb bietet die Firma Tracerlab an.

3. Mit γ -Strahlern: Kobalt 60 oder Caesium 137 (β - und γ -Strahler) mit Einkristallen oder Plastic-Leuchtstoffen. Vorteile: Die Strahler haben mit 5,2 bzw. 33 Jahren eine günstige Halbwertszeit und sind nicht teuer [43], [44]. Nachteile: Die γ -Strahlung zwingt zu unbequemen Abschirmungsmassnahmen.

Der BASF-Ludwigshafen und den Leuchtstoffwerken Heidelberg möchten wir an dieser Stelle für die Überlassung von Materialien und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Bereitstellung von Mitteln danken.

LITERATUR

- [1] E. V. ANGERER, H. EBERT, *Technische Kunstgriffe*, Vieweg, Braunschweig (1953).
- [2] I. A. BERSTEIN u. a., *Nucl.*, **11**, (1953), 64.
- [3] J. B. BIRKS, *Scintillation Counters*, Pergamon-Press, London, 1953.
- [4] J. B. BIRKS, *Proc. Phys. Soc.*, **A 64**, (1951), 511.
- [5] A. BRIL, H. A. KLASSENS, *Phil. techn. Rundschau*, **14**, (1952/53), 398.
- [6] I. BROSER, H. KALLMANN, *Z. f. Naturf.*, **5 a**, (1950), 381.
- [7] I. BROSER, R. WARMINSKY, *Z. f. Naturf.*, **6 a**, (1951), 85.
- [8] R. H. BUBE, *Phys. Rev.*, **81**, (1951), 633.
- [9] W. L. BUCK, R. K. SWANK, *Nucl.*, **11**, (1953), 48.
- [10] B. DEUBNER, F. HIEBER, *Z. f. angew. Physik*, **6**, (1954), 112.
- [11] G. G. EICHHOLZ, J. L. HORWOOD, *Rev. Scient. Instr.*, **23**, (1952), 305.
- [12] R. W. ENGSTROM, *Rev. Scient. Instr.*, **26**, (1955), 622.
- [13] G. R. FONDA, F. SEITZ, *Solid Luminescent Materials*, J. Wiley, New York—London, 1948.
- [14] E. FÜNFER, H. NEUERT, *Zählrohre und Szintillationszähler*, G. Braun, Karlsruhe, 1954.
- [15] H. P. GILFRICH, *Z. f. Naturf.*, **145**, (1956), 241.
- [16] R. H. GILLETTE, *Rev. Scient. Instr.*, **21**, (1950), 294.
- [17] W. HANLE, *Die Naturw.*, **38**, (1951), 176.
- [18] W. HANLE, *Phys. Blätter*, **10**, (1954), 565.
- [19] K. HENGST, *Z. f. Naturforschung*, **6 a**, (1951), 540.
- [20] H. HINRICHS, *Z. f. Naturf.*, **9 a**, (1954), 617-625.
- [21] R. HOFSTADTER, *Nucl.*, **6/5**, (1950), 72.
- [22] R. HOUWINCK, *Chemie und Technologie der Kunststoffe*, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1939.
- [23] W. JORDAN, P. R. BELL, *Nucl.*, **5/4**, (1949), 30.
- [24] H. KALLMANN, *Phys. Rev.*, **75**, (1949), 623.
- [25] G. G. KELLEY, M. GOODRICH, *Phys. Rev.*, **77**, (1950), 138.
- [26] F. KOHLRAUSCH, *Praktische Physik*, Leipzig, 1943.
- [27] H. KONEN, *Handbuch der Physik*, Berlin Springer, 1928.
- [28] H. KREFFT, F. RÖSSLER, A. RÜTTENAUER, *Z. f. techn. Phys.*, **18**, (1937), 20.
- [29] F. H. KRENZ, *Transact. Far. Soc.*, **51**, (1955), 172.
- [30] F. A. KRÖGER, *Some Aspects of the Luminescence of Solids*, Elsevier Publishing Comp., New York, 1948.
- [31] H. W. LEVERENZ, *An Introduction to Luminescence of Solids*, J. Wiley, New York, 1950.
- [32] S. H. LIEBSON u. a., *Phys. Rev.*, **78**, (1950), 305 u. **79**, (1950), 733.
- [33] L. MAIER-LEIBNITZ, *Landolt-Börnstein* 6. Aufl. (1952), 1. Bd. 5. Teil 317.
- [34] K. PRZIBRAM, *Verfärbung und Lumineszenz*, Wien, 1953.
- [35] K. H. RAU, *Z. f. Phys.*, **133**, (1952), 297.
- [36] N. RIEHL, *Physik u. technische Anwendungen der Lumineszenz*, Berlin, 1941.
- [37] K. H. J. ROTTGART, *Die Naturw.*, **40**, (1954), 315.
- [38] K. H. J. ROTTGART, W. BERTHOLD, *Z. f. angew. Phys.*, **6**, (1954), 160 und 556.
- [39] L. W. SEAGONDOLLAR u. a., *Rev. Sc. Instr.*, **25**, (1954), 689.
- [40] H. SCHERING, *Handbuch der Experimentalphysik*, Leipzig, 1931.
- [41] M. G. SCHORR, F. L. TORNEY, *Phys. Rev.*, **80**, (1950), 474.
- [42] B. SMALLER, E. AVERY, *Phys. Rev.*, **92**, (1953), 232.
- [43] *Radioactive Materials and Stable Isotopes*, Catalogue Nr. 3, Harwell, 1954.
- [44] *Natural Radioelements and long lived Fission Products*, Catalogue, Amersham, England, 1954.

Manuscript reçu le 23 janvier 1956.

On the colour measurement of daylight fluorescent materials

B. HISDAL

Central Institute for Industrial Research, Oslo, Norway.

SUMMARY. — *Standard CIE sources B and C are not suitable as illuminants for colour measurement of daylight fluorescent materials because of their low ultraviolet energy content. An arrangement is described where an increase in ultraviolet energy is obtained by the use of an ultraviolet source in addition to source B or C. This source consists of a tungsten lamp operated at a colour temperature of 2 854 °K and a filter which transmits only below 4 000 Å. Two examples of ultraviolet energy distributions obtainable have been calculated and measured. These examples are so chosen that the energy distributions above 3 900 Å are the same as source B or C. Daylight fluorescent samples have been measured and the colour computed using the selected ordinate method.*

SOMMAIRE. — *Les sources B et C (étalons de la CIE) ne conviennent pas comme illuminants pour les mesures colorimétriques sur les matériaux fluorescents (à la lumière du jour) à cause de leur faible teneur en UV. L'auteur décrit un dispositif permettant d'augmenter l'énergie UV par l'adjonction d'une source d'UV aux sources B ou C. Cette source est formée d'une lampe de tungstène utilisée à la température de couleur de 2 854°K et d'un filtre transmettant uniquement les radiations inférieures à 4 000 Å. Deux exemples de distribution d'énergie dans l'UV ont été calculées et mesurées. Ces exemples ont été choisis de façon que les distributions d'énergie au-dessus de 3 900 Å soient les mêmes que celles des sources B ou C. Des échantillons fluorescents à la lumière du jour ont été mesurés et la couleur calculée en utilisant la méthode des ordonnées sélectionnées.*

ZUSAMMENFASSUNG. — *Die Normal-Lichtquellen B und C der CIE sind wegen des geringen Energiegehaltes im UV bei Farbmessungen an den im Tageslicht fluoreszierenden Substanzen zur Beleuchtung nicht geeignet.*

Es wird eine Anordnung beschrieben, bei der eine Vermehrung der Energie im UV durch die Verwendung einer zusätzlichen UV-Quelle neben einer der Quellen B oder C erreicht wird. Diese UV-Quelle besteht aus einer Wolframlampe, die auf die Farbtemperatur von 2 854°K gebracht wird, in Verbindung mit einem Filter, das nur unterhalb 4 000 Å durchlässig ist.

Zwei Beispiele für die erreichbare Energieverteilung im UV wurden berechnet und gemessen. Diese Beispiele sind so gewählt, dass die Energieverteilung oberhalb von 3 900 Å die gleiche ist wie bei einer der Quellen B oder C. Es wurden im Tageslicht fluoreszierende Proben gemessen und die Farbe mit der Methode der Auswahlordinaten berechnet.

The impression of whiteness which a material gives when observed under average daylight conditions can be increased by the use of appropriate fluorescent dyes. For instance, the slight yellowness which is frequently exhibited by paper and textile materials can be counteracted by treating them with dyes having blue or violet fluorescence. According to STOKES'S law, the exciting wavelengths for dyes of this type must lie in the near ultraviolet. This means that part of the ultraviolet energy in daylight is transformed into visible light, thus changing the total amount and spectral distribution of the light which the eye receives from the material. The brightness and colour will therefore depend on the ultraviolet as well as the visible energy distribution in daylight.

Because of the fluorescent radiation, the colour of such materials cannot be measured by means of the usual spectrophotometric and photometric equipment. If two spectrophotometers are used, one for illuminating the sample and one for dispersing the reflected light, the reflected (and re-emitted) light from the sample can be analyzed and the colour computed. Such an arrangement can be used for finding the colour under any illuminant of known spectral energy distribution and has been described by R. DONALDSON [1].

For the type of fluorescent material mentioned above it is mainly the colour under average daylight conditions that is of interest. If a satisfactory artificial daylight illuminant had been available, the colour

measurement could have been made by illuminating the material either in front of the entrance slit of a spectrophotometer or in a photoelectric tricolorimeter.

Unfortunately the attempts made so far to produce an artificial daylight illuminant have not led to a satisfactory solution. The spectral energy distributions of the artificial daylight illuminants in common use today, CIE sources B and C, are satisfactory in the visible, but too low in the near ultraviolet. This is partly due to the low ultraviolet content in the radiation from the tungsten lamps used in these sources. Also an appreciable part of the ultraviolet energy radiation is absorbed in the liquid filters for source B and C.

The missing ultraviolet energy could be supplied by an additional source. This would require that the illumination of the sample could be arranged in such a way that the energy of source B (or C) and this ultraviolet source add in the direction of the detecting device. As it is here a question of relative energies, a tungsten lamp in combination with a filter of high ultraviolet transmission might be satisfactory as the ultraviolet source. By choosing filters of suitable transmission and varying the lamp intensity (and perhaps also the colour temperature), quite a wide variation in ultraviolet energy characteristics is possible. For practical reasons it is convenient that the lamp itself is operated at a colour temperature corresponding to source A (2 854°K).

In the experiment to be described such an arrangement has been tried. Two examples of energy distributions that can be obtained and results of measurements on fluorescent samples are given.

Apparatus. — As shown in figure 1 the sample is illuminated by the two sources from opposite sides. The angles between the normal to the surface of the sample and the light beams are 45° . The light reflected along the normal is focused on the entrance slit of a spectrophotometer. One of the two sources is standard source B (or C), the other is the ultraviolet source.

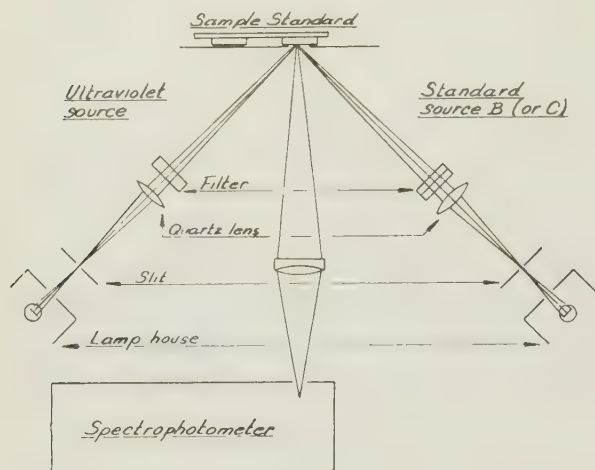


FIG. 1.

The two sources lying symmetrically on either side of the normal will at each wavelength contribute to the energy of the light reflected along the normal an amount proportional to the energy of each source at this wavelength. As far as the spectral energy distribution of the light reflected along the normal is concerned, the effect is therefore the same as if the sample had been illuminated by one source whose spectral energy at each wavelength is the sum of the energies of the two sources.

It is here assumed that the material of the sample is chosen so that no dissymmetry is introduced by the surface structure. The existence of such a dissymmetry can be checked by inverting the position of the ultraviolet and the standard source (or by rotating the sample).

The lamps in the two sources are ribbon filament lamps (6 V, 18 A) operated at 2854°K. The filter used in the ultraviolet source is a Corning Red Purple Corex A 9863 filter consisting of 4 pieces each 3 mm. thick. The transmission curve for this filter and the glass of the lamp bulb is shown in figure 2.

The quartz lens images the slit on the surface of the sample. The brightness of the image depends on the illumination of the slit, which can be varied by moving the lamp back and forth. This variation does not influence the size of the image, and it is therefore

possible to change the illumination of the sample (or standard) without changing the size of the illuminated area. With this arrangement therefore, the relative intensities of the two sources can be varied by adjusting the position of the lamps.

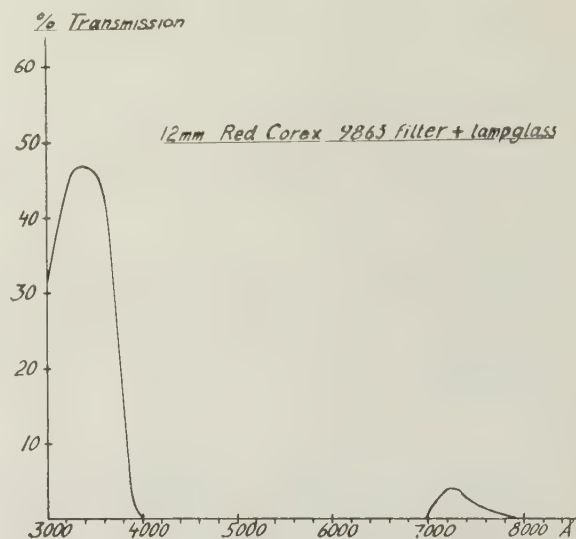


FIG. 2.

The magnesium oxide standard and the fluorescent sample were mounted so that they could be illuminated alternately. The illuminated area was 5×28 mm. The reflected light was focused on the entrance slit of a BECKMAN model DU spectrophotometer. A Photovolt model 520-M photometer with a 1P21 photomultiplier tube was used as detector. The power supply for the photometer as well as that for the lamps was electronically stabilized (Sorensen Regulator, model 1001). The experimental set-up is shown in figure 3.

Ultraviolet energy distribution. — It is assumed that the energy distributions of sources B and C are representative of average daylight above 4000 Å. Below 4000 Å the energy distributions have to be chosen from published data on measurements of different types of daylight and sunlight (2, 3, 4, 5, 6).

The data given by MOON [2] for average sunlight, air mass $m = 2$, colour temperature 5090°K, were chosen to represent the ultraviolet energy distribution of a daylight corresponding to source B. Source C is representative of a more bluish daylight, and should therefore have a higher relative amount of ultraviolet energy. The data for the ultraviolet energy distribution in skylight as published by LUCKIESH [3] are assumed to be representative for a daylight of this type. These two energy distributions combined with those of sources B and C will then give the total energy distribution to be approximated by the experimental arrangement. The relative energy distributions in the ultraviolet and part of the visible region are given by the solid curves in figure 4. Here the curves for the

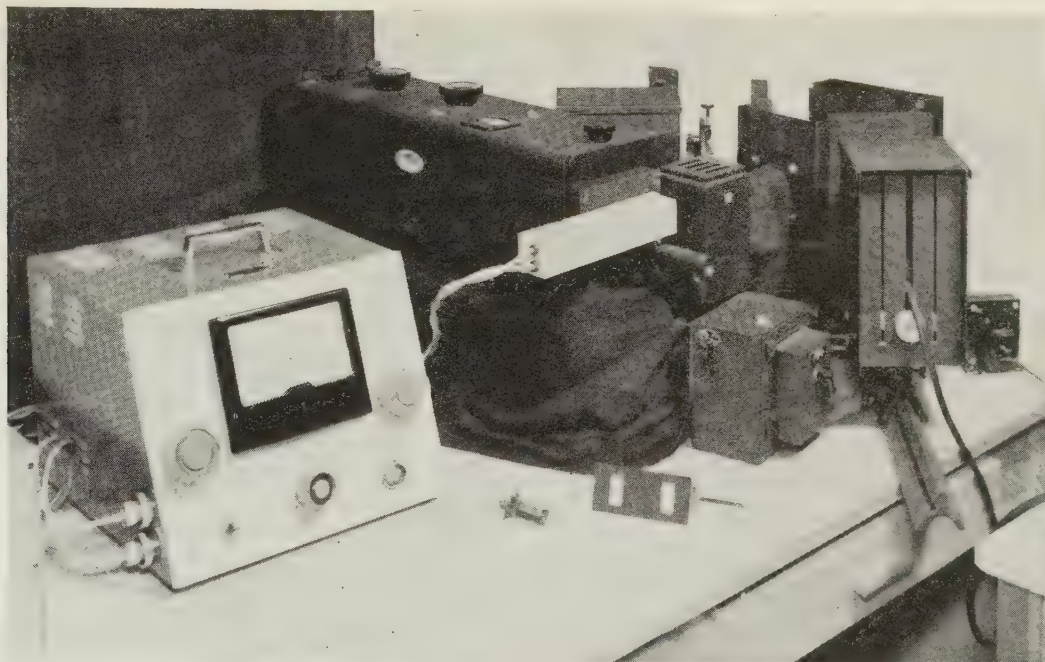


FIG. 3.

visible and the ultraviolet distribution were made to match at 4 000 Å.

The energy distribution above 4 000 Å is the same as for standard source B (or C). The dotted curves show the distributions of the standard sources below 4 000 Å. The difference between the dotted and the solid curve thus give the relative energy to be supplied by the ultraviolet source.

The illuminants having the relative spectral energy distributions given by the solid curves will be designated B_{uv} and C_{uv} .

Adjustment of the apparatus. — The relative spectral energy distribution (E_A) of CIE light source A and the spectral transmittance of CIE filters B (T_B) and C (T_C) are known [7]. The spectral transmission of the glass in the lamp bulb (T_G) is measured (table 1, column 5). From these data the energy of sources B and C relative to source A can be calculated. The results of these calculations for the wavelength region from 3 300 to 4 000 Å are given in table 1.

TABLE I

Wave-length	E_A	T_B	T_C	T_G	E_B ($E_A \cdot T_B \cdot T_G$)	E_C ($E_A \cdot T_C \cdot T_G$)
3 300 Å	2.66	4.8	2.5	76.6	0.10	0.05
3 400 »	3.58	17.5	12.0	80.3	0.50	0.35
3 500 »	4.74	30.1	23.1	83.2	1.19	0.91
3 600 »	6.14	40.2	33.0	86.0	2.12	1.74
3 700 »	7.82	49.8	42.9	87.7	3.42	2.94
3 800 »	9.79	58.8	52.9	88.3	5.14	4.58
3 900 »	12.09	66.6	61.5	88.8	7.15	6.61
4 000 »	14.71	72.1	67.5	89.0	9.45	8.84

From the data for source A and the transmission of the ultraviolet filter plus lamp-glass (T_{UG}) the values given in table II are found for the relative energy of the ultraviolet source (E_{uv}).

TABLE II

Wavelength	E_A	T_{UG}	E_{uv} ($E_A \cdot T_{UG}$)	$1.9 \cdot E_{uv}$
3 300 Å	2.66	46.2	1.23	2.34
3 400 »	3.58	46.8	1.68	3.19
3 500 »	4.74	46.5	2.20	4.18
3 600 »	6.14	42.6	2.61	4.96
3 700 »	7.82	32.3	2.52	4.78
3 800 »	9.79	16.2	1.59	3.01
3 900 »	12.09	2.1	0.26	0.49
4 000 »	14.71	0.2	0.03	0.06

The intensity of the ultraviolet source relative to source B or C must be chosen to give a good approximation to the desired ultraviolet energy distributions (B_{uv} and C_{uv} of figure 4). For source B_{uv} , which is approximated by the combination of standard source B and the ultraviolet source, ($E_B + E_{uv}$), the positions of the lamps in both sources were assumed to be adjusted so that each source gave the same illumination of the sample (or standard) with no filters in the beam. In the case of source C_{uv} the lamp in the ultraviolet source is assumed adjusted so that the illumination of the sample by this source is 1.9 times the illumination due to the lamp in standard source C (with no filters in the two sources). In this case the total energy at each wavelength will be $E_C + 1.9 \cdot E_{uv}$. Table III gives the relative energies of the combined

sources when the values at 4 000 Å are made to match those for standard source B and C [6].

TABLE III

Wavelength	$(E_B + E_{uv})$	Source B_{uv}	$(E_c + 1.9 \cdot E_{uv})$	Source C_{uv}
3 300 Å	5.9	8.9	17.0	37.0
3 400 »	9.5	13.3	25.2	41.2
3 500 »	14.8	16.5	36.3	42.6
3 600 »	20.6	20.5	47.7	47.0
3 700 »	25.9	24.5	54.9	53.5
3 800 »	29.3	29.5	54.4	53.0
3 900 »	32.3	34.9	50.9	52.0
4 000 »	41.3	41.3	63.3	63.3

As can be seen the approximation obtained is reasonably good both for source B_{uv} and C_{uv} . The approximation is best in the region above 3 500 Å, which probably is the most important for fluorescent dyes of the type used to improve the daylight whiteness of materials. A better approximation below 3 500 Å could have been obtained using a lamp with quartz envelope or a filter with transmission maximum at a lower wavelength than the filter used.

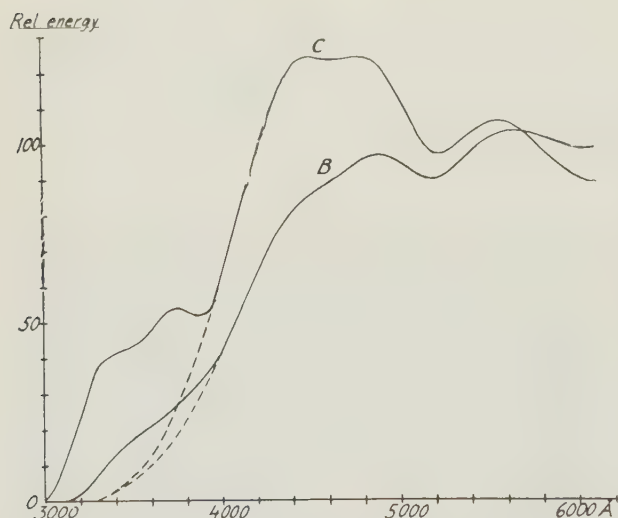


FIG. 4.

For the adjustment of the intensities of the sources it is assumed that the relative energies at each wavelength are proportional to the light reflected into the spectrophotometer from the magnesium oxide standard, and furthermore that the distribution of each of the standard sources corresponds to the data of table I. The spectrophotometer is first set at a suitable wavelength (3 600 Å for illuminant B_{uv} , 3 700 Å for C_{uv}). With the standard illuminated by source B (or C) only, the photometer is then adjusted to give a reading corresponding to the value given in column 6 (7) of table I for the wavelength used. Next, with light from the ultraviolet source only, the position of

the ultraviolet lamp is varied until the photometer reading corresponds to the value given by table II, column 4 (5). The lamp is then clamped in this position, and left fixed during the rest of the measurements. The relative energies of the ultraviolet source at other wavelengths are found by changing the wavelength setting of the spectrophotometer, adjusting the photometer to read the value of table I when illuminated with the standard source only, and then take the photometer reading with radiation from the ultraviolet source only. When changing from illuminant B_{uv} to C_{uv} the lamp in the ultraviolet source is left fixed and only the lamp in the standard source is moved somewhat farther away in order to obtain an increase in the relative intensity of the ultraviolet source. The lamp does not have to be moved very much, however, as part of the increase in relative intensity is taken care of by the lower transmission of the C-filter (see table I column 4). The measured values for the energy distribution of the ultraviolet source are shown in table IV together with the calculated values (from table II).

The values in table IV are the mean of three readings. The estimated accuracy of the photometer readings is ± 0.05 on the scale used in table IV. At the

TABLE IV

Wavelength	E_{uv} (ref. to E_B (I))		$1.9 \cdot E_{uv}$ (ref. to E_c (I))	
	Calculated	Measured	Calculated	Measured
3 300 Å	1.23	0.80	2.34	2.40
3 400 »	1.68	1.55	3.19	3.20
3 500 »	2.20	2.10	4.18	4.30
3 600 »	2.61	2.61	4.96	5.10
3 700 »	2.52	2.60	4.78	4.78
3 800 »	1.59	1.70	3.01	3.15
3 900 »	0.26	0.45	0.49	0.75
4 000 »	0.03	0	0.06	0

shortest wavelengths where the energy of the standard sources is low and also at the longest wavelengths where the energy of the ultraviolet source is low, large errors in the ultraviolet energy measured may be expected. At the longer wavelengths, however, this error is not so serious because the energies of the standard source are very high compared to the energy of the ultraviolet source. The percentage error in the energy of the combined sources will therefore not be very high at 3 800 and 3 900 Å. At the shortest wavelengths the error may be very serious and for this reason no attempt was made to continue the measurements beyond 3 300 Å.

The measurements were repeated interchanging the position of the ultraviolet and the standard source in order to see if differences due to lack of symmetry could be found. No such effects were discovered. Figure 5 shows the desired energy distribution between 3 300 and 4 000 Å (solid curves), the computed energy

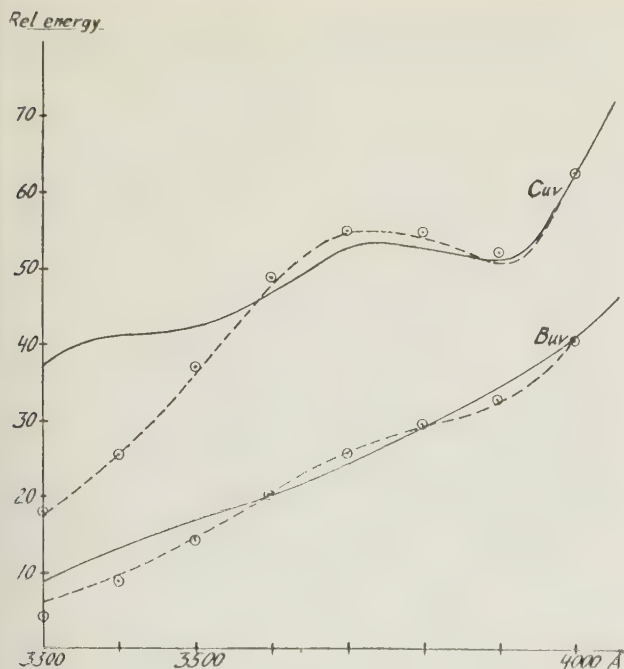


FIG. 5.

distribution (broken curves) and the results of the measurements (encircled points).

Measurements. — With the apparatus adjusted as described above, samples of daylight fluorescing

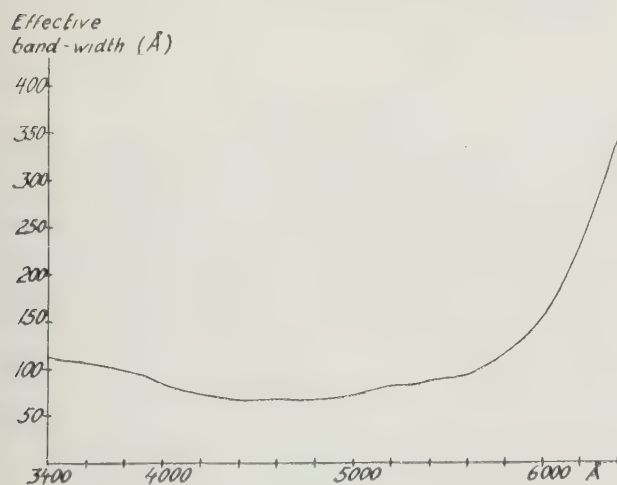


FIG. 6.

textile materials were measured relative to the magnesium oxide standard. The fluorescing dyes were of the type used in commercial detergents. The reflection coefficients of MgO were assumed to be constant, below 3800 Å. This assumption is not quite correct [8]. However, this is of minor importance in this case since only the values above 3800 Å enter into the calculations of the trichromatic coefficients. The values

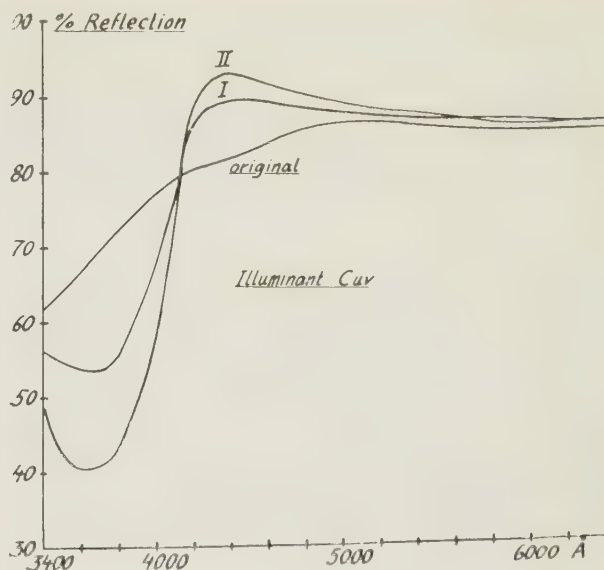


FIG. 7.

below 3800 Å were measured only to show the trend of variation in spectral reflection with fluorescence.

The effective band widths used during these measurements are shown in figure 6.

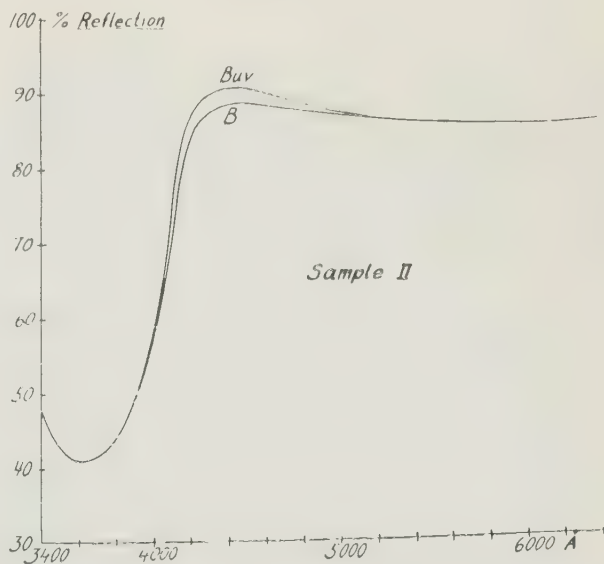


FIG. 8.

Figure 7 shows the reflection curves for the original (non-fluorescing) cloth and for the cloth soaked in two different dyes (I and II) when illuminated by the experimental approximation to source C_{uv} .

Figures 8 and 9 show the reflection of sample II for illuminants B and C and for the experimental approximations to B_{uv} and C_{uv} .

It is seen that the effect of the fluorescence is to

cause a decrease in the measured reflection below 4 000 Å and an increase between 4 100 and 5 400 Å. This change in the reflected radiation measured is of course due to the absorption of the incident radiation and the emission of fluorescent light by the fluorescing dye. (For the sake of simplicity the re-emitted fluorescent light received by the spectrophotometer

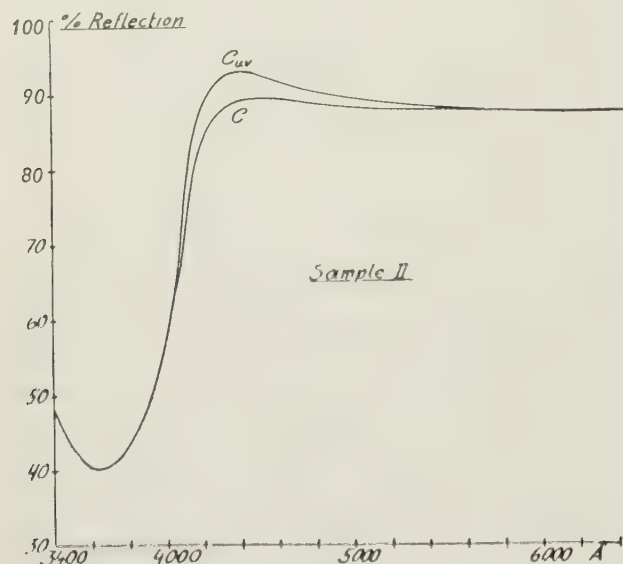


FIG. 9.

is also included in the term reflection). The trichromatic coefficients of the samples were calculated using the 30 selected ordinate method. This should not give rise to significant errors since the energy distribution of the illuminant is standard above 4 000 Å and the difference at 3 900 Å is also very small. The trichromatic coefficients are given in table V.

TABLE V

Sample	Illum	x	y	Y
Original	C_{uv}	0.3119	0.3207	86.3
I	"	0.3086	0.3141	87.4
II	"	0.3064	0.3115	87.8
II	C	0.3085	0.3147	87.1
II	B	0.3472	0.3495	86.9
II	B_{uv}	0.3463	0.3478	87.0

The data of table V show that the effect of the fluorescent dye is to increase the brightness and change

the colour towards blue. As can be seen the increased ultraviolet content of the experimental approximations to sources B_{uv} and C_{uv} gives a significant change in the colour coordinates (towards blue).

Discussion. — No claim is made that the ultraviolet energy distributions here chosen are accurately representative of average conditions. The main purpose of this experiment is to show the possibility of obtaining an illuminant with a satisfactory ultraviolet distribution by the use of an ultraviolet source with a tungsten lamp in addition to standard source B or C; and further to show that such an illuminant, except for an ultraviolet filter, can be arranged to use essentially standard light sources and geometry. Also, with ultraviolet energy distributions of the types shown, the trichromatic coefficients of the samples measured can be computed using a standard method.

The relative amount of ultraviolet energy in average daylight may turn out to be higher than in the examples shown here. This would require an increase in the relative intensity of the ultraviolet source and the development of a special filter to give a good approximation. However, before any work is done on problems of this kind, the question of ultraviolet energy distribution in average daylight has to be more closely studied.

Acknowledgements. — I should like to thank Professor W. D. WRIGHT for helpful discussions and the Central Institute for Industrial Research for supporting this work.

REFERENCES

- [1] R. DONALDSON, *British Journ. of Applied Physics*, **5**, 1954, p. 210.
- [2] P. MOON, *Journ. of the Franklin Inst.*, **230**, 1940, p. 604.
- [3] M. LUCKIESH, *Applications of Germicidal, Erythemat and Infrared Energy*, D. von Nostrand Comp., New York, 1946, p. 48 (Measurements by A. H. Taylor).
- [4] A. E. H. MAYER and E. O. SEITZ, *Ultraviolette Strahlen*, Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1942, p. 80 (Measurements by P. Hess and F. Linke).
- [5] F. W. P. GÖTZ and ERNST SCHÖNMAN, *Helv. Phys. Acta*, **21**, 1948, p. 151.
- [6] R. STAIR, *Journ. of Res. Nat. Bureau of Standards*, **46**, 1951, p. 353.
- [7] R. DAVIS, K. S. GIBSON, and G. W. HAUPT, *Journ. of Res. Nat. Bureau of Standards*, **50**, 1953, p. 37.
- [8] W. E. KNOWLES MIDDLETON and C. L. SANDERS, *J. O. S. A.*, **41**, 1951, p. 423.

Manuscrit reçu le 9 avril 1956.

Lettres à l'éditeur

Machine élaborant des produits de composition en vue
de la correction de certains défauts dus à la diffraction
(Problèmes unidimensionnels)

P. DUMONTET
Faculté des Sciences d'Alger.

On sait qu'en *éclairage incohérent*, la transformation qui permet de passer de l'intensité Σ sur l'objet à l'intensité I sur l'image, est un *filtre*. Si on se place dans un cas unidimensionnel (intensité de l'objet invariante par translation parallèlement à un certain axe oy du plan objet xoy et ouverture de la pupille de sortie rectangulaire), alors on peut écrire :

(1)
$$I(x_1) = \int \Sigma(x) s(x_1 - x) dx$$

$s(x)$ est la réponse percussionnelle du filtre, c'est-à-dire la figure de diffraction associée à une fente lumineuse confondue avec l'axe des y . On sait que ce filtre est un filtre passe-bande (1) et qu'à l'intérieur de

la bande des fréquences transmises il y a distorsion d'amplitude, c'est-à-dire que le gain dépend de la fréquence spatiale.
L'appareil que je décris ici permet de corriger cette distorsion d'amplitude ; plus précisément, il élabore, à partir de l'intensité de l'image $I(x)$, le produit de composition défini par

(2)
$$D(x_1) = \int I(x) r(x_1 - x) dx,$$

où on a choisi la réponse percussionnelle $r(x)$ de manière que ce filtre compense de façon satisfaisante la distorsion d'amplitude du filtre défini par (1).
L'appareil réalisé utilise une méthode d'intégra-

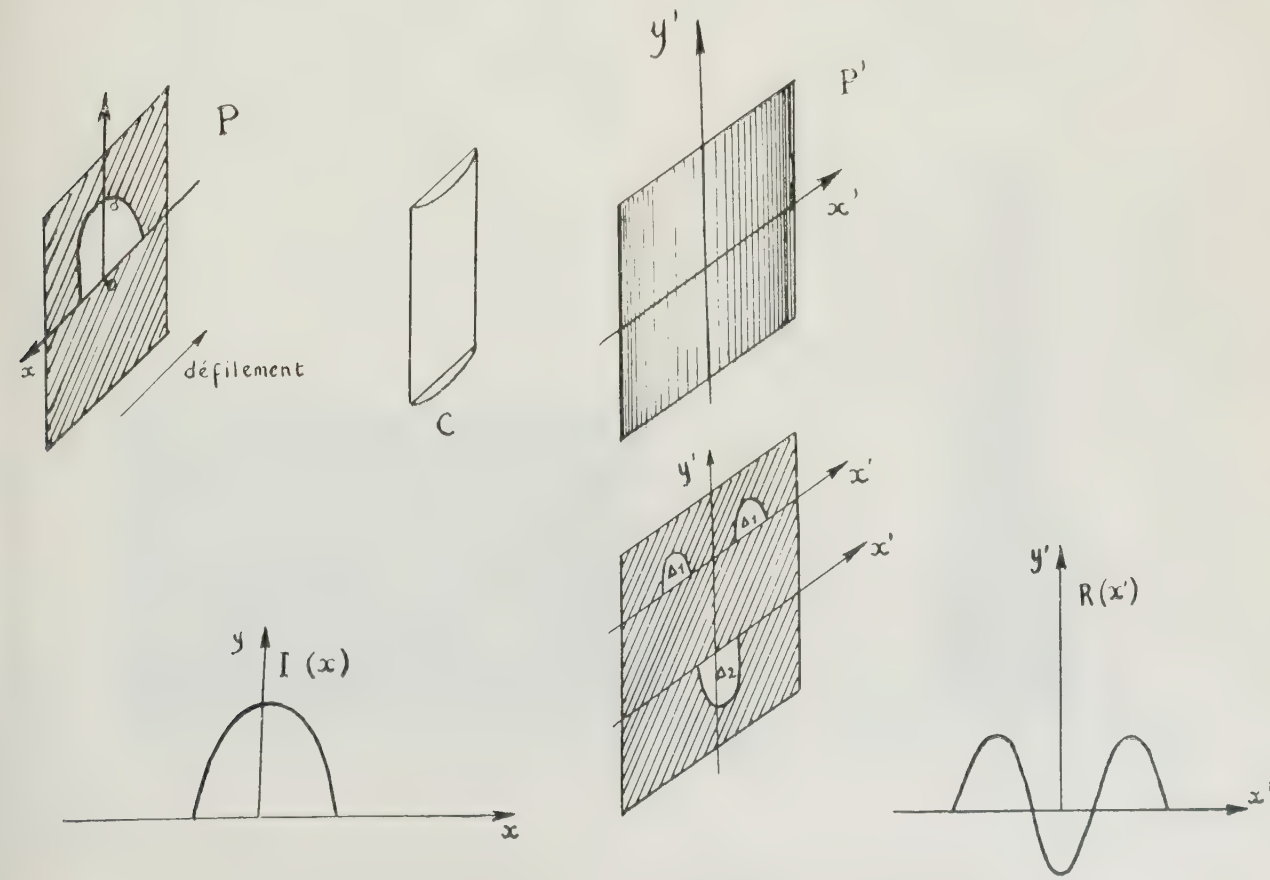


FIG. 1. — C'est simplement pour rendre la figure lisible que, sur ce dessin, le plan P' se trouve au-dessus du plan des diaphragmes Δ_1 et Δ_2 , ce plan est en réalité superposé à P' .

tion optique. On éclaire, dans un plan P, un diaphragme δ qui, rapporté à 2 axes rectangulaires ox et oy , est limité par les courbes $y = 0$ et $y = I(x)$. Une lentille cylindrique de génératrices parallèles à oy donne dans le plan P' conjugué de P une répartition de flux lumineux qui est invariante par translation suivant oy et qui, suivant ox , varie comme $I(x)$. Dans le plan P' se trouvent deux diaphragmes Δ_1 et Δ_2 . Si on rapporte P' à deux axes rectangulaires $o'x'$ et $o'y'$, Δ_1 et Δ_2 sont définis de la façon suivante :

Δ_1 n'est ajouré que dans le domaine des x' qui rendent $r(x') > 0$, et, alors, il est limité par $y' = 0$ et $y' = r(x')$; Δ_2 n'est ajouré que dans le domaine des x' qui rendent $r(x') < 0$ et, alors, il est limité par $y' = 0$ et $y' = r(x')$ (fig. 1).

Une cellule photoélectrique C_1 recueille le flux lumineux qui traverse Δ_1 et une seconde cellule C_2 recueille le flux qui traverse Δ_2 . La différence des courants photoélectriques de C_1 et C_2 est proportionnelle à $D(x_0)$, x_0 étant l'abscisse du point o par rapport à $o'x'y'$. Le diaphragme δ est monté sur une roue qui permet un défilement rapide de δ parallèlement à ox . On observe $D(x)$ sur un tube cathodique, la différence des courants photoélectriques de C_1 et C_2 étant appliquée sur les plaques verticales du tube et le balayage horizontal étant synchronisé sur la rotation de la roue.

Dans le cas qui nous intéresse (diffraction par une fente) la fonction $s(x)$ est de la forme

$$s(x) = (\sin 2\pi x)^2 / (2\pi x)^2$$



a

et on peut corriger la distorsion d'amplitude avec une bonne approximation [2] en prenant pour $r(x)$ la fonction qui vaut

$$r(x') = 1 + \frac{10}{4\pi^2(\Delta x)^2}$$

pour x' compris entre $+\Delta x$ et $-\Delta x$;

$$r(x') = -\frac{5}{4\pi^2(\Delta x)^2}$$

pour x' compris dans les deux intervalles $(\Delta x, 3\Delta x)$ et $(-\Delta x, -3\Delta x)$ et zéro partout ailleurs [on choisit Δx de manière que $\frac{1}{\Delta x}$ soit beaucoup plus grand

que la plus haute fréquence transmise par le filtre (1)]. Le diaphragme Δ_1 se réduit donc à une fente de largeur $2\Delta x$ et de longueur $1 + \frac{10}{4\pi^2(\Delta x)^2}$, le diaphragme Δ_2 se compose de deux fentes, placées symétriquement par rapport à l'origine à une distance $2\Delta x$ de celle-ci, de largeur $2\Delta x$ et de longueur $\frac{5}{4\pi^2(\Delta x)^2}$. La

fenêtre δ est matérialisée par une photographie sur film très contrasté. La figure 2 a, représente l'intensité $I(x)$ correspondant à deux points au-dessous du pouvoir séparateur (distance des deux points = 0,9 unité optique), figure 2 b représente le profil corrigé $D(x)$ de $I(x)$. On constate que la séparation est nettement améliorée.

Manuscrit reçu le 13 avril 1956.

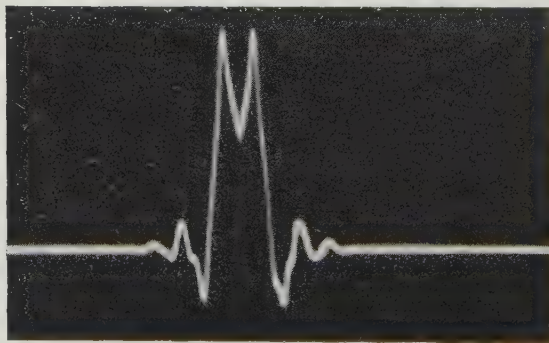


FIG. 2.

b

Zur Berechnung von Wellenflächen

F. I. HAVLIČEK

Ljubljana, Jugoslavia

Im Aufsatz "Zur Frage der optischen Lichtweglängen zweier Strahlen" [1] behandelt J. PICT den Uebergang von Strahlenaberrationen, nach seiner schon früher veröffentlichten Formel [2], die aus einer Reihendarstellung der sphärischen Aberrationen auf der Achse eine Reihendarstellung der orthotomen Wellenfläche gibt. Die Koeffizienten der Wellenfläche folgen aus den Koeffizienten für die Strahlenaberrationen nach einer Rekursionsformel, die von Koeffizienten höherer Ordnung zu Koeffizienten niedriger Ordnung schreitet. Um praktisch nach einer solchen Formel rechnen zu können, muss man Abbrechen der Reihe nach einem bestimmten Glied voraussetzen.

So lange man sich nur mit einer Zweikoeffizientendarstellung begnügt [3], die nur sehr genähert den üblichen Verlauf der sphärischen Aberrationen darstellt, stört im Prinzip eine rückläufige Rekursion nicht. Beabsichtigt man aber, sich dem wirklichen Verlauf der sphärischen Aberrationen anzuschließen, um zu einer Wellenfläche zu gelangen, so geschieht dies besser nach numerisch-graphischen Methoden, die andern Orts behandelt wurden und die sich zu beliebiger Genauigkeit treiben lassen [4] [5].

Legt man aber Wert auf eine strenge Darstellung in Form einer Reihe, so wird man eine Rekursion für die Koeffizienten der Wellenfläche vorziehen, die von niedrigerer Ordnung zu höherer Ordnung fortschreitet. Eine solche lautet [6] wenn mit u der Tangens des Einfallswinkels auf der Achse bezeichnet wird

$$\Delta s'_u = a u + b u^2 + c u^3.$$

Hieraus ergibt sich der Meridian der Wellenfläche

$$\begin{aligned} X &= -A u^2 - 3 B u^4 - 5 C u^6 \dots; \\ Y &= -2 A u - 4 B u^3 - 6 C u^5 - \dots \\ A &= -x_0/2; B = (a - A)/4; \\ C &= (b - 3 B)/6; \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

Eine solche Darstellung sollte besser dem Sinn einer Näherung entsprechen, da die Kenntnis der Koeffizienten höherer Ordnung hier erst dann benötigt wird, wenn man sich vom paraxialen Gebiet immer weiter entfernt. Eine ähnliche Rekursion lässt sich auch für Reihendarstellungen von sphärischen Aberrationen aufstellen, wenn die Entwicklung ungerade Koeffizienten aufweist [7].

Hält man bei einer Reihenentwicklung von sphärischen Aberrationen den ersten Koeffizienten der Seidelschen Näherung fest, der praktisch streng in der Nähe der Achse die Aberrationen darstellt, so zeigt es sich, dass man gewöhnlich zu sehr grossen Koeffizienten kommt, wenn man etwas genauer den vorliegenden Verlauf der sphärischen Aberrationen numerisch darstellen will. Zum Beispiel ergab sich für ein Projektionsobjektiv nach dem Petzvaltyp [8].

$$\Delta s'_s = 0,955\,817\,u^2 - 9,557\,65\,u^4 + 5\,098,42\,u^6.$$

und mit $x_0 = 1,5$, der Meridian

$$\begin{aligned} X &= 0,75\,u^2 - 1,279\,362\,u^4 + 9,030\,85\,u^6 - 4469,02\,u^8 \\ Y &= 1,5\,u - 1\,705\,817\,u^3 + 10,837\,01\,u^5 - 5\,107,45\,u^7 \end{aligned}$$

Eine genauere Darstellung der sphärischen Aberrationen für ein Phototriplett führte zur Reihe [9].

$$\begin{aligned} s'_s &= 60\,u^2 + 9\,128\,u^4 - 2\,287\,000\,u^6 + \\ &+ 25\,480\,000\,u^8 - 8\,810\,000\,000\,u^{10}. \end{aligned}$$

Es ist fraglich, ob in solchen praktisch immer wieder auftretenden Fällen eine Rekursion von rechts nach links brauchbar ist. Eine Rekursion von links nach rechts ermöglicht aber ein Fortschreiten zu immer besseren Näherungen, gestattet also ein immer weiteres Entfernen von der Achse, was insbesondere beim Errechnen asphärischer Korrektionsflächen wichtig ist, die sich nach dem Fermatschen Prinzip, bei Kenntnis der Wellenflächen, ohne besondere rechnerische Mühe leicht bestimmen lassen [8].

LITERATUR

- [1] J. PICT : *Opt. Acta* **3**, 1956, p. 1.
- [2] J. PICT : *Optische Abbildung*, Braunschweig 1931.
- [3] z. B. J. FÜGGE : *Das photographische Objektiv*, Hdb. d. wiss. u. ang. Phot. I. Wien 1955.
- [4] F. I. HAVLIČEK : *Optik* **11**, 1954, 249 ; **12**, 1955, S. 123 ; **13**, 1956, S. 3.
- [5] DERSELBE : *Bull. Scient. Yougoslave* **2**, 1955, p. 42.
- [6] DERSELBE : *Nature* **168**, 1951, p. 743.
- [7] DERSELBE : *Reports J. Stejan Inst. Ljubljana* **1**, 1953, p. 74.
- [8] DERSELBE : *Bull. Scient. Yougoslave* **1**, 1953, p. 13.
- [9] DERSELBE : *Rad Jugosl. Akademije Zagreb* **292**, 1953, str. 5.

Manuscrit reçu le 11 juin 1956.

Comptes rendus de la 4^e Réunion

Commission internationale d'Optique (31 mars 1956, Cambridge, Mass.)

1. Sous la Présidence du Professeur A. C. S. van HEEL, ont pris part, à cette réunion, 29 membres du Bureau et délégués :

Bureau : A. C. S. van HEEL, Président, S. S. BALLARD, E. INGELSTAM, J. M. OTERO, Vice-présidents, A. ARNULF, Trésorier, W. D. WRIGHT, Secrétaire.

Allemagne : G. CARIO, G. FRANKE, E. MENZEL.

Belgique : P. MOLLET.

Canada : K. M. BAIRD, W. E. K. MIDDLETON, R. W. NICHOLLS.

Espagne : J. M. OTERO, L. PLAZA, L. VILLENA.

Etats-Unis : J. G. BAKER, I. C. GARDNER, W. L. HYDE.

France : A. ARNULF, A. KASTLER, A. MARÉCHAL.

Grande-Bretagne : R. W. DITCHBURN, K. J. HABELL, E. W. TAYLOR.

Italie : G. RIGHINI, F. SCANDONE, G. TORALDO.

Japon : Y. UCHIDA.

Pays-Bas : P. M. VAN ALPHEN, A. C. S. VAN HEEL.

Suède : E. INGELSTAM.

Suisse : R. MERCIER.

La Tchécoslovaquie et la Pologne ont écrit, regrettant de ne pouvoir envoyer de délégués.

MM. E. DJURLE (Suède) et W. H. STEEL (Australie) assistaient comme observateurs.

2. Le Président ouvre la réunion en souhaitant la bienvenue aux délégués et en faisant un bref historique de la Commission ; il souligne un des aspects particulièrement heureux de la Commission qui a permis de créer des liens très amicaux entre les opticiens des divers pays membres.

3. *Nombre de voix par délégations.* — La répartition des votes adoptée par l'UIPPA est étudiée et il est décidé d'adopter la même pour la C. I. O.

Un amendement aux statuts (article 4 c) est préparé et approuvé :

« Le nombre de voix par délégation est déterminé selon le barème suivant :

nombre de parts contributives :

1 2-3 4-6 7-9 10 et au-dessus »

nombre de voix :

1 2 3 4 5

Le nombre de délégués officiels pour chaque pays reste fixé à 3 au maximum. »

4. *Rapport du secrétaire.* — Ce rapport, donné en annexe au présent procès-verbal, avait été diffusé avant la session. Il est présenté officiellement et approuvé.

5. *Rapport du trésorier.* — Un état, exposant les comptes de la Commission jusqu'en décembre 1955, également joint en annexe à ce procès-verbal, avait été diffusé à l'avance. Il est présenté officiellement à la réunion et approuvé.

Le Trésorier estime que le crédit de la Commission après que les dépenses de la session auront été enregistrées, sera d'environ 1900 ou 2 000 \$.

6. *Admission du Canada.* — La décision du Bureau, prise en septembre 1954, d'admettre le Canada dans la Commission, sous réserve d'approbation par l'Assemblée Générale de la C. I. O., est approuvée avec acclamations.

Le Président souhaite la bienvenue à la délégation canadienne ; le Dr BAIRD remercie et exprime la satisfaction du Canada de faire partie de la C. I. O.

7. *Règles pour l'admission de nouveaux membres.* — Pour préciser la procédure d'admission de pays nouveaux dans la C. I. O., il est décidé d'apporter à l'article 3 des statuts de la Commission, l'amendement suivant :

« Toute demande d'adhésion doit être présentée au Secrétaire de la Commission, elle doit être étudiée et approuvée par le Bureau, et soumise à la ratification de l'Assemblée générale qui suit la demande ».

8. *Augmentation du taux de la part contributive.* — La décision du Bureau prise en septembre 1954, recommandant que le taux de la part contributive soit augmenté de 20 à 40 \$, avec effet à partir de 1955, est approuvée.

9. *Optica Acta.* — Les Prs OTERO, DITCHBURN et MARÉCHAL donnent quelques informations sur les progrès de ce journal. Les retards du début de la publication sont surmontés et bien que la balance des comptes ait été déficitaire pendant les deux premières années de parution, il semble qu'avec l'augmentation régulière de la diffusion, il devrait y avoir bénéfice dans un an ou deux.

La grande qualité des articles est maintenue grâce à un système strict de « refereeing » ; il serait souhaitable cependant de voir augmenter les participations allemandes et françaises.

On espère aussi que des firmes de pays autres que la France profiteront des possibilités offertes pour la publicité.

Le prix du journal étant relativement élevé, aucun droit de publication n'a été demandé aux auteurs.

Des difficultés postales ont parfois causé du retard à la réception du Journal ; l'éditeur demande instamment que l'on veuille bien l'informer des cas de non-réception.

Au cours de la discussion, il est mentionné qu'un plan a été mis au point par le Comité Directeur pour pourvoir à des changements périodiques de ses membres.

Une nouvelle notice de publicité pour le Journal paraît opportune à tous.

L'Assemblée montre combien elle apprécie le travail important fourni par les rédacteurs et les membres du Comité Directeur, et plus particulièrement par les Prs DITCHBURN et MARÉCHAL.

10. *Vocabulaire et symboles.* — En septembre 1954, le Secrétaire avait informé les comités nationaux que le Bureau ne jugeait pas opportun de donner une portée internationale à l'accord sur quelques symboles que l'Assemblée Générale de 1953 avait obtenu.

Le vœu avait été exprimé toutefois que les comités nationaux fourniraient des informations sur tous les travaux ou résultats concernant la nomenclature effectués dans leur pays.

Une discussion générale se développe sur cette question et, si un certain nombre de participants insiste sur l'importance du sujet et la nécessité de maintenir une liaison avec les autres organismes spécialisés dans la normalisation des termes scientifiques, personne ne se propose pour entreprendre le travail ardu que cela représente.

Plusieurs exemples sont signalés de termes nouveaux et souvent indésirables, introduits dans certains ouvrages et du mauvais usage qu'il est fait d'anciens termes.

M. MARÉCHAL accepte de prendre contact avec M. FLEURY à ce sujet et de faire connaître l'activité de l'Union de Physique dans ce domaine.

Le Bureau a mission d'entreprendre toute action qui lui semblera possible et souhaitable pour les questions de Nomenclature.

11. *Composition du bureau.* — Il est décidé que l'article 4(a) des statuts, ci-dessous :

« Un bureau constitué par un président, un vice-président au minimum et trois au maximum (ou deux vice-présidents et un ancien président) un secrétaire-trésorier (ou un secrétaire et un trésorier). »

sera remplacé par le suivant :

« Un bureau formé d'un président, de trois vice-présidents, d'un secrétaire et un trésorier ou par un président, 4 vice-présidents et un secrétaire-trésorier ».

12. *Election du bureau.* — Après une discussion animée, sont élus membres du Bureau de la C. I. O. pour la période 1956-59,

Président : Pr. S. S. BALLARD.

Vice-Présidents : PRS E. INGELSTAM (Suède), G. HANSEN (Allemagne), A. MARÉCHAL (France), G. TORALDO (Italie).

Secrétaire-trésorier : Pr W. D. WRIGHT (Grande-Bretagne).

Note : les changements des statuts proposés aux paragraphes 3, 7 et 12 ne pourront prendre effet qu'après avoir été approuvés par les Comités Nationaux de la C. I. O. et par le Comité Exécutif de l'Union Internationale de Physique.

L'élection du Pr TORALDO comme 4^e vice-président est donc conditionnelle jusqu'à la ratification des statuts.

13. *Futurs colloques et réunions de la C. I. O.* — Des invitations sont reçues du Pr INGELSTAM pour que l'Assemblée Générale de 1959 ait lieu à Stockholm et du Dr FRANKE pour qu'elle ait lieu en Allemagne.

Ces invitations sont reçues avec enthousiasme ; il est décidé d'accepter l'invitation de la Suède.

Il est suggéré que la réunion soit fixée juste avant ou juste après la réunion de la C. I. E. qui doit avoir lieu en Belgique en 1959.

Des propositions de Colloque en 1958 sont également faites par M. MOLLET (Belgique) et par le Pr MARÉCHAL (France).

M. MOLLET annonce qu'une Exposition Universelle et Internationale sera ouverte à Bruxelles en avril 1958 et durera tout l'été : de nombreux congrès internationaux sont envisagés en Belgique en corrélation avec cette exposition.

Il est décidé qu'étant donné les circonstances, le colloque patronné par la C. I. O. aura lieu à Bruxelles en 1958.

Les sujets suivants sont envisagés pour ces prochaines conférences :

Ondes courtes et optique.

Surfaces asphériques (réalisations industrielles).

Optique et électronique.

Sources de lumière et détecteurs.

Récepteurs modernes dans les instruments d'Optique.

Optique en métrologie.

Instruments d'optique utilisés dans les autres domaines scientifiques.

Après discussion il est décidé que les sujets pour les colloques de 1958 et 1959 seront réunis sous le titre général de :

Optique en métrologie (Bruxelles, 1958).

Orientations modernes dans les instruments d'Optique (spécialement électronique) (Stockholm, 1959).

14. *Budget.* — Le Secrétaire propose le budget provisionnel suivant pour 1956-1958.

Recettes :

avoir approximatif après la réunion de l'Assemblée Générale de 1956	\$ 2 000
cotisations 1956	3 080
— 1957	3 080
— 1958	3 080
	<u>\$ 11 240</u>

Dépenses :

Secrétariat 1956	200
— 1957	200
— 1958	200
Colloque 1958	4 000
Réunion du bureau	1 000
	<u>5 600</u>

Il resterait un crédit d'environ \$ 5 000 qui pourrait être réservé pour l'Assemblée Générale de la Commission en 1959.

Une demande de subvention serait aussi faite à l'Union de Physique pour l'organisation de la réunion de 1959 et, le cas échéant, aussi pour le Colloque de 1958, mais il faudrait au préalable consulter le Secrétaire de l'UIPPA.

L'Assemblée approuve le projet de budget.

15. *Voyages d'études pour étudiants en optique.* — Le Secrétaire attire l'attention de l'Assemblée sur l'existence de l'Association Internationale pour les échanges d'étudiants pour acquérir l'Expérience technique (IAESTE). Cette organisation existe depuis 1948, elle s'est étendue d'année en année au point qu'en 1955, environ 6 000 étudiants de 21 pays y ont participé.

Normalement, les étudiants n'ont pas encore fini leurs études, mais dans le cas des étudiants spécialisés en optique ils pourraient avoir déjà obtenu leurs diplômes. Le plus souvent, les étudiants travaillent dans une industrie pendant une période de huit semaines pendant l'été et sont payés par les firmes afin qu'ils puissent subvenir eux-mêmes à leur entretien dans le pays où ils travaillent. Ils doivent, en général, cependant, pourvoir eux-mêmes à leur voyage aller et retour.

Des membres de la Commission désireront peut-être s'adresser à cette Association pour resserrer les liens entre opticiens des divers pays et aider l'IAESTE en signalant son existence aux étudiants et aux industries de l'optique. Chaque pays membre de l'Association a un secrétaire propre, mais le secrétaire général en est actuellement :

Mr R. A. BEIJER, Svenska Industrier Praktisknämnd
Box 5 196, Linnegatan 18,
Stockholm 5, Suède.

16. *Préparation des dessins d'instruments d'optique.* — Le Dr GARDNER informe l'Assemblée que le travail, commencé sur ce sujet lors de l'Assemblée de 1953, a été poursuivi par Mr P. JIMENEZ-LANDI (Espagne) avec lequel il est resté en correspondance. Des informations suffisantes ont été maintenant réunies pour former la base d'un rapport qui pourrait conduire à des notations normalisées et universelles.

L'Assemblée apprécie cette déclaration et souhaite recevoir ce rapport.

17. *Autres activités de la commission.* — Le Dr Baird signale que la définition du mètre est à nouveau étudiée par le Comité consultatif du Bureau International des Poids et Mesures, il estime que la C. I. O. devrait s'intéresser à ce problème ; l'Assemblée lui demande de bien vouloir s'enquérir auprès du Comité Consultatif sur l'opportunité d'entrer en liaison avec la C. I. O. le Pr OTERO s'engage aussi à soulever la question auprès du Comité International des Poids et Mesures dont il est membre.

Le Pr DITCHBURN et le Dr GARDNER rappellent la réaction soulevée dans les premières années d'existence de la Commission par le trop grand nombre de sous-commissions et de rapports qu'elle avait suscités et demandent si cette réaction n'est pas allée trop loin maintenant. Il leur semble que l'autorité de la Commission serait plus grande si un travail de fond pouvait être entrepris, à côté de l'organisation des colloques et conférences.

L'Assemblée charge le bureau d'étudier cette question, bien qu'aucun vœu n'ait été exprimé, pour stimuler une étude particulière.

18. *Réimpression des statuts.* — Si les amendements aux statuts proposés par l'Assemblée sont approuvés, il est décidé de les réimprimer sous forme de brochure à distribuer parmi les Comités Nationaux et autres organismes intéressés.

19. *Remerciements.* — Le Président exprime les remerciements de la Commission aux membres du Bureau pour les services qu'ils ont rendu à la Commission.

Le Pr BALLARD exprime les sentiments unanimes de l'Assemblée en remerciant le Pr van HEEL pour avoir contribué à l'heureux développement de la C. I. O. et à son atmosphère amicale, pendant les six années de son office de Président.

Des remerciements sont adressés au Comité américain pour l'excellente organisation de la quatrième session de la Commission.

ANNEXE I

Secretary's Report, March 1956

Minutes of Madrid Meeting, April 1953. — These were prepared by the Committee appointed by the Commission and were circulated by Pr FLEURY in May 1953. They were subsequently published in the Journal of the Optical Society of America and in *Optica Acta*.

Change of Secretary. — In accordance with the decision taken at Madrid, the present secretary took over from Pr FLEURY on 1st July 1953. He subsequently visited Pr VAN HEEL in Delft to discuss I. C. O. activities.

Colloquia. — Before he retired as Secretary, Pr FLEURY arranged with Pr G. POLVANI for a colloquium on « *Infra-red* » to be held at Parma, Italy, in September 1954 and this was organised with the aid of a grant of 1800 dollars from the I. U. P. A. P. The scope of the Conference was considerably wider than that implied by the title « Optical Instruments, for the Infra-red », suggested at Parma, and for this reason attracted support from interests that would normally be regarded as outside the Optical Commission.

A Conference on « *Problems in Contemporary Optics* », organised privately by the Istituto Nazionale di Ottica and held in Florence in September 1954, was attended by a number of persons associated with the Optical Commission.

In view of these meetings, and of the meeting of the Commission planned to be held in the United States early in 1956, it was decided by the Bureau not to hold a colloquium in 1955.

Bureau Meeting. — A full meeting of the Bureau of the Commission was held in Florence in September 1954 and a report of the main decisions was subsequently circulated to National Committees. Action was approved by the National Committees on the following matters, subject to formal ratification at the 1956 meeting of the Commission.

Admission of Canada to I. C. O. — Unanimously approved.

Change in I. C. O. Subscriptions as follows. — The value of the unit to be increased from 20 to 40 dollars, and the number of units per country to correspond to the revised distribution adopted for Physics by I. U. P. A. P. in July 1954, the change to take effect from 1955. Approved, except by Poland (Poland's subscription was in fact unchanged, the increase in the unit being compensated in her case by a corresponding reduction in the number of units.)

At the request of the Bureau, permission from I. U. P. A. P. has been obtained to vary the distribution of units per country, if the commission expresses a desire to make such a change. This will require an alteration in the Statutes, as under the present Statutes the number of units

per country is the same for the I. C. O. as for the I. U. P. A. P.

I. U. P. A. P. — By invitation the secretary attended the meeting of the Union held in London in July, 1954 and reported on the activities of the Commission.

1956 Meeting of the Commission. — The Bureau warmly accepted the invitation from the United States to hold the 1956 meeting of the Commission at Cambridge, Mass., and application was made to I. U. P. A. P. for a grant towards the expenses of the meeting. A grant of \$ 1 500 was awarded for the Commission meeting and \$ 2 000 for the Conference on « *Frontiers in Physical Optics* », plus \$ 300 towards the cost of publication of the Proceedings, if required. Of these sums, \$ 1 500 came from UNESCO funds.

Optica Acta. — *Optica Acta* was launched in 1954 in accordance with the plans laid down in Madrid and its publication has continued under the direction of the Board of Control appointed at the Madrid meeting.

Optical Conventions and Symbols. — The Bureau considered the recommendations passed at the Madrid meeting, but in view of the limited agreement that was found possible at the meeting, and the fact that neither the American nor the British Committees had endorsed the recommendations, it was decided that the symbols adopted should not at present be regarded as having an international status.

W. D. WRIGHT.

ANNEXE II

Relevé des comptes de la Commission Internationale d'optique (au 31 décembre 1955)

Toutes les sommes indiquées sont exprimées en dollars U. S. A.

1949-50 Cotisations reçues en 1949 et	
1950	1 820
Dépenses (voir doc. UIP. 4, p. 16)	662
à reporter au 1 ^{er} janvier 1951	1 158
1951 ⁽¹⁾ Avoir au 1 ^{er} janvier 1951...	1 158
<i>Cotisations :</i>	
Belgique : (40)	
France : (160)	
Etats-Unis : (2 ans : 320)	
Grande-Bretagne : (160)	
Pays-Bas : (3 ans : 120)	
Italie : (160)	960
Recettes diverses	5
<i>Dépenses :</i>	
Frais de secrétariat, publication ⁽²⁾ ...	312,42
Réunion du Bureau du 19 mai (MM. OTERO, VAN HEEL)	51,58
	2 123
à reporter au 1 ^{er} novembre 1951	364
	1 759
1951-52 Avoir au 1 ^{er} novembre 1951	1 759
<i>Cotisations :</i>	
Espagne : (160)	
Grande-Bretagne : (160)	
Italie : (160)	
Suède : (3 ans : 120)	
Suisse : (2 ans : 40)	
Tchécoslovaquie : (3 ans : 180)	820

⁽¹⁾ A partir de l'année 1951 les comptes sont arrêtés au 31 octobre.

⁽²⁾ Frais de bureau et de secrétariat remboursés à l'Union Internationale de Physique.

Dépenses :

Frais de secrétariat, publications (2)...	389
Réunion du Bureau, à Paris le 10 octobre (MM. OTERO, VAN HEEL, WRIGHT)	216
	<u>2 579</u>
à reporter au 1 ^{er} novembre 1952	605
1952-53 Avoir au 1 ^{er} novembre 1952.	1 974

Cotisations :

Etats-Unis (160)	
France : (2 ans : 320)	
Italie : (160)	
Grande-Bretagne : (160)	
Suède : (40)	
Suisse : (20)	860

Dépenses :

1) Secrétariat, bureau jusqu'au 1 ^{er} juillet (après Assemblée Générale)	329
2) Provision versée au Dr WRIGHT pour frais de Secrétariat	280
3) Comptabilité	22
Voyages : réunion du 5-6 janvier 1953 pour O. A. (MM. VAN HEEL, FRANKE, WYNNE)	174
	<u>2 834</u>
à reporter au 1 ^{er} novembre 1953	805
1953-54 Avoir au 1 ^{er} novembre 1953.	2 029

Cotisations :

Allemagne : (160)	
Belgique : (3 ans : 120)	
Canada : (100)	
Espagne : (2 ans : 282,5)	
Etats-Unis : (160)	
France : (160)	
Grande-Bretagne : (160)	
Japon : (160)	
Pays-Bas : (3 ans : 120)	
Pologne : (7 ans : 1 120)	
Suède : (avec avance : 200)	2 742,5

Dépenses :

1) Secrétariat (remis au Dr WRIGHT) ..	100
2) 20 abonnements à O. A. (voir compte rendu A. G. Madrid. O. A. N° 3, p. 112 et JOSA déc. 1953, p. 1223)	200

3) Comptabilité	24
Voyages : solde Madrid (M ^{me} BERGERON)	62,5
Pr S. S. BALLARD (Florence, sept. 54).	320
	<u>4 771,5</u>
à reporter au 1 ^{er} novembre 1954	706,5
1954-55 Avoir au 1 ^{er} novembre 1954.	4 065

Cotisation :

Pologne : (160)	
Tchécoslovaquie : (180)	
Grande-Bretagne : (400)	
Espagne : (300)	
Allemagne : (320)	
France : (320)	
Pays-Bas : (80)	
Etats-Unis : (2 ans : 640)	
Suisse : (2 ans : 100)	
Japon : (160)	
Italie : (2 ans : 480)	3 300

Dépenses :

1) Secrétariat (remis au Dr WRIGHT).	480
2) Comptabilité	24
3) Cotisation à l'ICSU	25
4) Voyage du Président VAN HEEL à Paris (mars 1955)	43,25
	<u>7 365</u>
	572,25

Récapitulation :

Recettes	7 365
Dépenses	572,25
Avoir au 31 décembre 1955.	6 792,75*

Je, soussigné Maurice CIMETIÈRE, Expert-comptable assermenté membre de l'Ordre, Commissaire aux Comptes près la Cour d'Appel de Paris, certifie avoir vérifié les présents comptes et les avoir reconnus exacts.

M. CIMETIÈRE.

*. Utilisation des sommes versées au Dr Wright à Londres depuis avril 1953 soit, au total : 860 \$ (voir ci-dessus)

Dépenses :

Papeterie	30,9
Frais de poste	11,3
Voyage à Delft	36,2
Réservation sur bateau pour voyage aux U. S. A.	71
	<u>149,4</u>
Reste en caisse, à Londres	710,6 \$

Somme qui s'ajoute à l'avoir au 31 décembre 1955 porté ci-dessus.

BIBLIOGRAPHIE

Problems in contemporary Optics (Proceedings of the Florence Meeting, Sept 10th-15th 1954) édité par l'Istituto Nazionale di Ottica, Arcetri-Firenze.

Cet important ouvrage de près de 700 pages est un compte rendu fidèle de la réunion de Florence ; c'est dire qu'il permet essentiellement de faire le bilan des résultats obtenus récemment dans quelques domaines où la recherche optique est particulièrement active. Il s'agit souvent de domaines frontières tels que les aspects optiques de la théorie de l'information, les problèmes d'optique géométrique posés par les guides d'ondes courtes, l'optique physiologique et la télévision en couleurs, etc.

Cet ouvrage est en tous cas un témoignage des développements actuels de l'optique et il ne manquera pas d'intéresser un grand nombre de spécialistes.

Les 65 contributions y sont classées sous les rubriques utilisées à Florence et malgré le volume important de la table des matières nous pensons qu'il est indispensable de la reproduire ci-dessous :

V. RONCHI : L'ottica di P. GRIMALDI (l'optique de P. GRIMALDI).

A. Optique et théorie de l'information. — A. BLANC-LAPIERRE : Utilisation des méthodes de l'analyse harmonique et de la théorie de l'information pour l'étude de la correspondance objet-image en optique. A. BLANC-LAPIERRE, M. PERROT, G. PERI : Deux expériences de principe suggérant certaines méthodes pour l'amélioration de la limite de résolution d'un instrument d'optique. J. GAULTIER DU MARACHE : La photographie, filtre de fréquences. E. H. LINFOOT : Informational criteria of image quality and optical design. G. TORALDO DI FRANCA, M. T. ZOLI : Optical images considered as stochastic sources. G. TORALDO DI FRANCA : Capacity of an optical channel in the presence of noise. A. MARÉCHAL, P. CROCE : Amélioration de la perception des détails des images par filtrage optique des fréquences spatiales. P. M. DUFFIEUX : La limite du domaine optique d'extension. P. M. DUFFIEUX : Quantité et qualité d'information. P. FELLGETT : A proposal for a radial-velocity photometer. E. INGELSTAM : Different forms of optical information and some interrelations between them.

B. Systèmes optiques non classiques permettant de former des images. — W. BROUWER, A. C. S. VAN HEEL : Two-dimensional codation of optical images. H. H. HOPKINS, N. S. KAPANY : Transparent fibres for the transmission of optical images. M. FRANÇON : Application des tubes conducteurs de lumière en photométrie microscopique. LAURA RONCHI, G. TORALDO DI FRANCA : Geometrical behavior of a FRESNEL mirror.

G. TORALDO DI FRANCA : On some configuration lenses corrected for spherical aberration. G. TORALDO DI FRANCA : A family of perfect configuration lenses of revolution. LAURA RONCHI : Geometrical optics of toroidal junctions in configuration lenses. R. C. SPENCER : Preliminary remarks on microwave optics. R. C. SPENCER : Recent progress in microwave optics at the United States Air Force Cambridge Research Center.

C. Trois dimensions et systèmes anamorphoseurs. — W. D. WRIGHT : The perception of depth : the relative influence of the monocular and binocular factors in

three-dimensional pictures. A. ARNULF : Problèmes posés par la projection des images en relief. G. FRANKE : Anwendung und Korrektur brewsterscher Systeme. A. BOUWERS, B. S. BLAISE : Anamorphic mirror systems.

D. Sujets variés. — J. W. PERRY : Diffraction theory of energy relations in spectroscopic monochromator performance. F. GABLER : Un nouveau dispositif à contraste de phase pour le microscope. A. C. S. VAN HEEL : Photography of the flying shadows during the solar eclipse of June 1954. J. PICT : About the totalreflection. W. FRANZ : On the Green functions of sphere and cylinder. G. MORAIS : Le isomerie vettoriali nel progetto dei sistemi a duplice riflessione. C. MORAIS : Il calcolo vettoriale e le omografie nel calcolo dei sistemi ottici. A. ARNULF, O. DUPUY, F. FLAMANT : Méthode objective pour l'étude des défauts du système optique de l'œil. M. FRANÇON : Etude interférométrique des défauts de poli. H. H. HOPKINS : Interferometric methods of the study of diffraction images. H. H. HOPKINS : Transmission factors for incoherent objects in the presence of a defect of focus. A. C. S. VAN HEEL : One radius doublets

E. Surfaces asphériques. — K. W. BRITTAN : An experimental machine for producing non-spherical surfaces. J. DEMARCO : Sur la réalisation de quelques surfaces asphériques de révolution. R. E. HOPKINS : Use of aspheric surfaces in optical systems. B. JUREK : Systèmes centrés à deux miroirs.

F. Problèmes optiques en télévision. — F. I. HAVLICEK : On a lens of high relative aperture. G. TORALDO DI FRANCA : The method of the brightest green. Y. LE GRAND : Physiologie de la télévision en couleurs. G. A. BOUTRY : L'œil humain devant le spectacle de la télévision. A. MAHNEKE : Flicker-fatigue, light-dark ratio and television. H. RINIA : Optica in television.

G. Problèmes rétinien. — M. A. BOUMAN : On mutual interaction between both eyes. C. BERGER : A flicker test of foveal interaction. A. KÜHL : Die seherschärfenmessung als Problem der Vergesellschaftung von Netzhautelementen. H. SCHÖBER : Über den Einfluss des Formensehens und des Richtungserkennens auf die Messung des Auflösungsvermögens des Auges mit Hilfe des Landolt'schen Ringes. R. GRANIT : Centrifugal and antidromic effects on the retina. A. MANFREDI : Fosfene rotototi da stimolazione con correnti elettriche alternate. W. A. H. RUSHTON : The measurement of rhodopsin in the living human eye. W. D. WRIGHT : The role of stray light in glare and contrast phenomena. F. FLAMANT : Etude de la répartition de lumière dans l'image rétinienne. LAURA RONCHI : On the influence of a mydriatic on the STILES and CRAWFORD effect. S. Q. DUNTLEY, S. S. BALLARD : A program of research in the visual detectability of distant objects. M. AGUILAR, J. OLIVA : Distribucion de las unidades sensoriales en la retina extra-foveal. A. BIOT : Remarques sur un phénomène signalé par M. TORALDO DI FRANCA. A. FIORENTINI : Influence d'un gradient d'éclairement rétinien et de ses variations sur la sensation subjective de brillance. R. W. DITCHBURN : Eye movements in relation to retinal action. A. FIORENTINI, A. M. ERCOLE : Recherches sur le rôle des petits mouvements des images par rapport à la rétine. A. MANFREDI : Riflesso psicovoltico. Nuovo metodo di sensitometria visuale obbiettiva. E. INGELSTAM : Possible interpretation of the ultrastructure of retinal receptors including an electromagnetic theory of the primary mechanism of colour vision. A. IVANOFF : Actions réflexes de la rétine sur la dioptrie oculaire.

A. M.